

# 物理問題集

## 目次

### 第1章 力学

- 第1節 運動学。運動の相対性
- 第2節 動力学
- 第3節 回転運動。振動
- 第4節 エネルギーと運動量の保存法則。仕事。仕事率
- 第5節 静力学。力のモーメント
- 第6節 液体と気体の力学

### 第2章 熱現象

- 第1節 気体の法則。熱拡散
- 第2節 蒸気
- 第3節 熱過程における状態図。熱過程におけるエネルギー保存則

### 第3章 電気学と磁気学

- 第1節 電圧。電位。静電場エネルギー
- 第2節 電気容量。コンデンサ
- 第3節 直流回路と交流回路
- 第4節 インダクタンス。電流と磁場との相互作用

### 第4章 光学

- 第1節 反射。鏡
- 第2節 屈折
- 第3節 レンズ
- 第4節 測光法

### 第5章 問題と評価

### 第6章 問題と演示

### 解答

## 1節 運動学。相対運動

1.1 水平に吹いている風の風速が  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  のもとで、雨粒が垂直に対して  $30^\circ$  の角度で落下する。これより、雨粒が  $45^\circ$  の角度で落下している時の風速を求めよ。

1.2 音速が各々  $c_1, c_2$  である半径  $R$  の2つの半円を溶接してできているリングがある。溶接した1点に打撃を与えると、音波はどれだけの時間後、出会うか。

1.3 流速が  $u = 0.5 \text{ m/s}$  の川がある。岸边のあるO地点から、岸に垂直に  $10 \text{ m}$  遠方に、石を水の中に投げ込む。石を投げた後、波がO地点に届くまでどれだけの時間がかかるか。水の表面波の速さを  $c = 1 \text{ m/s}$  とする。

1.4 飛行機が、M市からN市へまっすぐ飛び、そして引き返す。M市からN市に向かって速さ  $u$  の風が吹いている時と、同じ風速の風がMNの直線に垂直に吹いている時の2つの場合について、飛行に要する全時間を求めよ。なを、静止している空気に対する飛行機の速さは、両方の場合で同じで  $v$  である。

1.5 垂直に潜る潜水艦が、ソナー音波を海底に向けて、時間幅  $\Delta t$  の短い時間だけ発射する。その後、乗組員のソナー要員が測定した反射信号音波の時間長は  $\Delta t$  であった。潜水艦の垂直潜行速度  $v$  を求めよ。水中の音速を  $c$  とし、海底は水平とする。

1.6 静止している半径  $R$  の円筒形爆弾の爆発において、放射状に飛んでいく破片は、時間  $t$  で、円筒の中心軸から距離  $l_1$  まで飛ぶ。爆発の時、この爆弾が中心軸の周りに角速度  $\omega$  で回転していたならば、飛び去る破片の時刻  $t$  での距離  $l_2$  はどうなるか。重力の影響は無視する。

1.7 音速  $c$  より速い速度  $v$  で、観測者の上空一定の高度  $h$  で、飛行機が飛び去る。観測者に対する飛行機の本当の（目で見た）方向の垂直となす角度が  $\theta$  である瞬間、音で決められる飛行機の方の垂直に対する角度を求めよ。

1.8 長さ  $l$  の列車の1号車の乗客が、プラットフォームを散歩し、最後尾の客車の所に達したとき、列車は加速度  $a$  で動き始めた。乗客は直ぐに速さ  $v$  で駆けだした。彼はどれだけの時間で1号車に達するか。プラットフォームは長い。

1.9 列車に遅刻した乗客が、プラットフォームに駆け込んだとき、最後から2番目の客車が時間  $t_1$  かって、彼の目の前を通り過ぎた。続いて、最後尾の客車は時間  $t_2$  かって通り過ぎた。列車の発車時刻に、彼はどれだけ遅れたのか。列車は等加速度で動き、客車長は皆同じとする。

1.10 重力場の中で、1点から同時に、2つの粒子が、水平方向に正反対に、速さ  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ 、 $v_2 = 5 \text{ m/s}$  で飛び去る（図1.10）。これらの粒子の速度の方向のなす角が  $90^\circ$  に等しくなるのは、どれだけの時間後か。自由落下加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

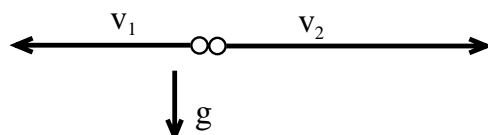


図1.10

1.11 真向かいあって動いてきた2つの物体が、水平な面上で衝突し、 $t = 1 \text{ s}$ 後に、互いの距離  $l = 1 \text{ m}$ として、同時に止まった。水平面と各物体との間の(滑り)摩擦係数  $k$ を求めよ。自由落下加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

1.12 A点から垂直方向に、石を速さ  $v = 10 \text{ m/s}$ で投げる。同じ水平面にあるB点から、水平と角度  $\theta = 45^\circ$ で、同じ速さで2つ目の石を投げる。この石が最初の石と衝突するためには、最初の石を投げた後、どれだけの時間後に、2番目の石を投げるべきか。A点とB点の間隔は  $l = 4 \text{ m}$ 。自由落下の加速度  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

1.13 カモが一定の速さ  $u$ で、水平に飛んでいた(図1.13)。このカモをめがけて、直接、猟師が石を投げた。投げたときの石の速さは  $v$ 、方向は水平に対して角度  $\theta$ であった。万が一、石がカモに当たったとすれば、カモはどれだけの高さを飛んでいたことになるか。空気抵抗、カモの大きさ、猟師の身長は無視する。

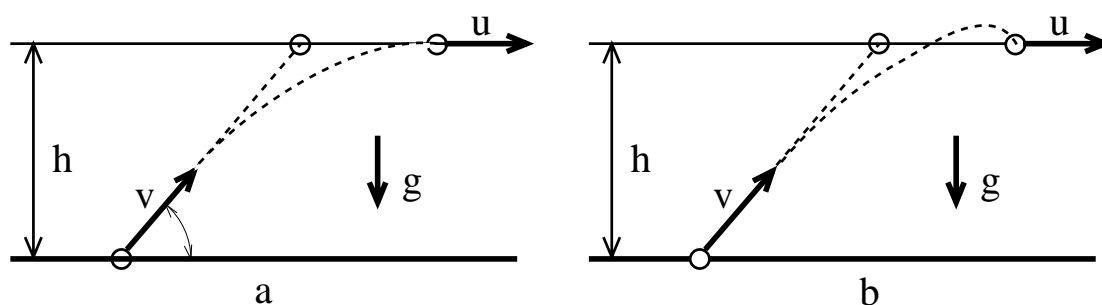


図1.13

1.14 水平と角度  $\theta = 60^\circ$ 、速さ  $v = 10 \text{ m/s}$ で投げられた球が、天井に衝突する(図1.14)。球は水平方向にどれだけの距離飛行するか。天井の高さ  $h = 3 \text{ m}$ 。衝突は弾性的である。空気の抵抗は無視する。

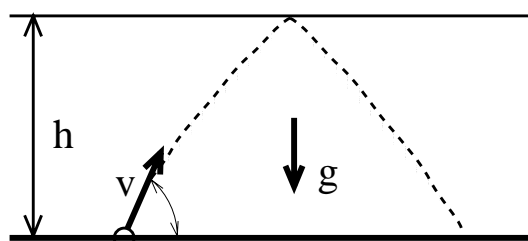


図1.14

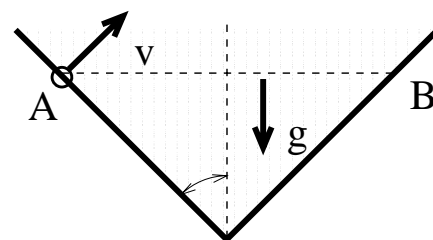


図1.15

1.16 地表で質量  $M$ の小さい球が爆発する。その破片は全ての方向に同じ速さ  $v$ で飛び去る。半径  $R$ の園外(円の中心は爆発地点)の地面に落下する破片の質量はいくらか。

1.17 バスケットのボールを、バスケットのリングに投げる。リングにあたらないで、リングを通り抜けるためには、ボールを投げる水平に対する最小角度  $\theta$ はいくらか。ボー

ルの半径は  $r$ 、リングの半径は  $R = 2r$ 、床からのリングの高さは  $H = 3\text{ m}$ 、選手は高さ  $h = 2\text{ m}$  からボールを投げ、リングから水平距離  $l = 5\text{ m}$  の距離にいる。

1.18 開き角度  $90^\circ$  の無限長の円錐が、速度の方向を、円錐の軸に一致させ、一定の速さ  $u$  で、静止している球の中心に向かって、右から左へ進む。衝突により、球は無数の破片に破裂し、その破片は同じ速さ  $v$  で全ての方向に一様に飛び去る。円錐上には、破片のどれだけの量が落ちるか。但し、 $v = u$  である。重力の影響は無視する。

1.19 同種の核からできている平行ビームが速さ  $v$  で動いている。ビーム中の核が、自然に同じ質量の 2 つの部分に分裂する。ビームの方向に動く破片の最大速度は、静止系から見て  $u$  である。ビームに垂直な方向に動く破片の速度を求めよ。

1.20 半径  $R$  の球形の弾丸が、速さ  $v$  で動いて、ハエの群れに飛び込む。ハエの群れは速さ  $u$  で、弾丸の飛行方向と垂直に動いている。群れの幅は  $d$ 、その単位体積には平均で  $n$  個のハエがいる。弾丸はどれだけのハエを撃ち落とすことができるか。重力の影響は無視する。

1.21 球が 2 枚の大きな垂直に立っている板の間を、それらと衝突しながら動く。1 枚の板は固定されており、もう 1 枚の方は、速さ  $u = 50\text{ cm/s}$  で、先の板から遠ざかっている。球の運動は全時間において、水平面内に有り、板とは垂直に衝突し、その衝突は完全弾性衝突とする。可動板と  $n$  回衝突した直後の球の速さ  $v$  を求めよ。それをもとに、初速度  $v_0$  が、a)  $1967\text{ cm/s}$ 、b)  $1917\text{ cm/s}$  の場合の各々の球の最終速度を求めよ。

1.22 クリスマスツリーのガラス飾り（薄い殻でできている）は、最低高度  $h$  から石の床に落ちると壊れる（図 1.22 a）。1 個の球を静止しておき、2 個目の球をそれに速さ  $v$  で衝突させる（図 1.22 b）とき、これら 2 つの球が壊れるためには、 $v$  の最低値はいくらか。

1.23 重い水平な板が、一定の速度  $v_0$  で下方に動く。高さ  $h$  から、初速度 0 で、球を落下させる。そして板の上で跳ね返させる。板から見た球の速度  $v$  の、時間  $t$  に対する依存関係を見出し、この関係を図化せよ。重力加速度は  $g$ 、板への球の衝突は弾性的とする。

1.24 水平と角度  $= 45^\circ$  の傾斜角度を持つ滑らかな斜面の上に、平らな底を持った円筒形缶（高さ  $h = 0.1\text{ m}$ ）がおいてある（図 1.24）。缶が動き始める瞬間に、缶の上の端から、缶の内部に小球を落とす。小球の、缶の底との  $n$  番目（ $n = 5$ ）の衝突までに、缶は斜面上をどれだけ動くか。小球と缶底との衝突は弾性的とする。

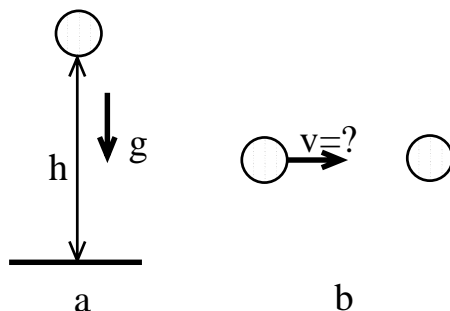


図 1.22

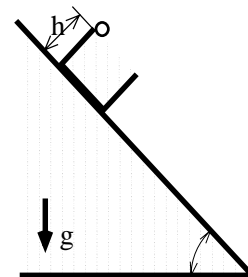


図 1.24

## 第2節 動力学

1.25 水平面上で静止している質量 $m$ の物体に、水平力 $F$ を、時間 $t$ の間作用させて、放つ。物体はどれだけの距離 $L$ を進むか。水平面と物体の間の摩擦係数は $k$ とする。

1.26 水平に対する道路の傾斜角度は $\theta$ 。自動車の車輪と道路の間の摩擦係数は $k$ 。自動車はこの上り坂を、上方に、最大どれだけの加速度 $a_{\max}$ で動けるか。自由落下の加速度は $g$ 。これは以下同じ。

1.27 ベルトコンベアの水平に対する傾斜角度は $\theta = 5^\circ$ 。荷物とベルトの間の摩擦係数は $k = 0.2$ 。荷上げる荷物がベルトを滑らないで居られるベルトの最大加速度 $a_{\max}$ は幾らか。

1.28 薄い器壁でできている円筒が、加速度 $a$ で水平面上を転がっている。円筒の中心を $O$ とする。円筒の半径 $R$ より小さい角材 $A$ が、半径 $OA$ と垂直とのなす角度 $\theta$ を一定にしながら、円筒の内壁を滑っている。円筒の内壁と角材との間の摩擦係数を $k$ として、この角度 $\theta$ を求めよ。

1.29 質量 $M$ のくさびが傾斜角度 $\theta$ の斜면을、摩擦無しで滑り落ちる。くさびの上面は水平となっている。くさびの上面には質量 $m$ の物体がくさびに静止した状態で乗っている。物体に作用している摩擦力 $f$ を求めよ。

1.30 水平と角度 $\theta$ をなしている斜面上に、質量 $m$ の円盤が乗っている(図1.30)。斜面の母線に垂直な方向に円盤が動き出すためには、面に沿って水平方向に、最低どれだけの力 $f_{\min}$ を円盤に加えなければならないか。斜面と円盤の間の摩擦係数は $k$ 。

1.31 傾斜角度が $\theta$ である斜面から、質量の無視できる軽い糸で連結されている、質量 $m_1, m_2$ の物体が滑り落ちる(図1.31)。物体と面との摩擦係数は各々 $k_1, k_2$ で、かつ $k_1 < k_2$ である。糸の張力 $F$ を求めよ。

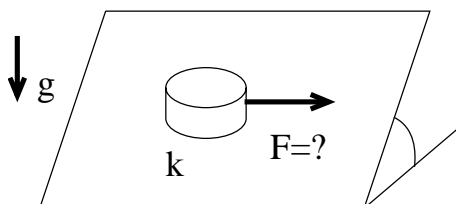


図1.30

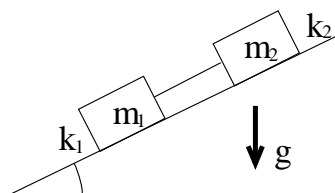


図1.31

1.32 同じ質量 $m$ の $n$ 個の物体を、バネで連結している鎖がある。この鎖を水平面上で力 $F$ で引く。各物体と面との摩擦係数を $k$ とする。 $i$ 番目のバネの張力 $T_i$ を求めよ。但し、力 $F$ が作用する方から番号付けをする。

1.33 平面上にある質量 $m$ の物体に力 $F$ が作用してる。 $F$ の方向は水平と角度 $\theta$ をなした下方向である。力は質量中心に作用しており、摩擦係数は $k$ 。物体が動き出す条件と、その時の加速度 $a$ を求めよ。

1.34 前問を、力 $F$ が水平と角度 $\theta$ をなす上方向を向いている場合として、物体が動き出す条件と物体の加速度 $a$ を求めよ。

1.35 図1.35で示している物体系は、加速度  $a$  で上方に動くエレベータ内に置かれている。質量  $m_1$  の荷物と台との間の摩擦係数を  $k$  として、2つの物体を結びつけている糸の張力  $T$  を求めよ。

1.36 開口角度が  $2\theta$  である溝に沿って滑る円筒の加速度  $a$  を求めよ。ただし、円筒が回転しないものとする。溝は2面角の構造をしており、その稜（2面でできている直線部分）は水平に対して角度  $\theta$  傾いている。両面は水平と同じ角度を形成している。円筒と溝との間の摩擦係数は  $k$ 。

1.37 質量  $m_1$  の物体が机の上にある。机は水平方向に加速度  $a$  で動く（図1.37）。滑車に掛け渡した糸を物体に接続する。糸の他端に、質量  $m_2$  の物体をぶら下げる。質量  $m_1$  の物体と机との間の摩擦係数は  $k$ 。糸の張力  $T$  を求めよ。

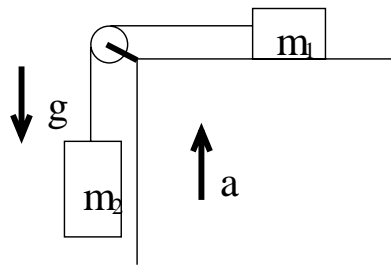


図1.35

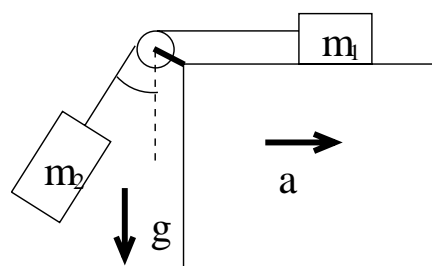


図1.37

1.38 水平線上にある点A、B、Cに取り付けた3つの同じバネに、点Dで錘を吊す。この時、間隔ABとBCは等しく、バネの自然長としている（図1.38）。釣り合いの状態で、角度ADB = 角度BDC =  $30^\circ$ 。突然にバネADが破断する。破断直後の錘の加速度  $a$  の大きさと方向を求めよ。バネの重さは無視する。

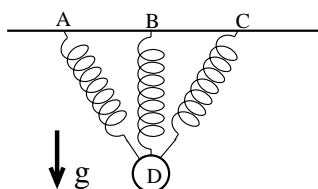


図1.38

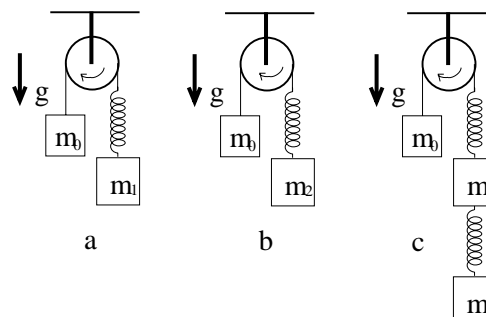


図1.39

1.39 固定滑車に伸びない糸を渡し、糸の一端に質量  $m_0$  の錘をつけ、他端には、最初は、質量  $m_1$  の錘を取り付けたバネを取り付ける（図1.39a）。2回目には異なるバネ定数を持つバネに質量  $m_2$  の錘を取り付ける（図1.39b）。3回目には、最終として、質量  $m_1$  を取り付けた1回目のバネに、質量  $m_2$  を取り付けた2回目のバネを取り付ける（図1.39c）。1回目ではバネの伸びは  $x_1$ 、2回目ではバネの伸びは  $x_2$ 、3回目ではバネの伸びの合計量  $x_3$  は幾らとなるか。錘の動きが安定しているとき、即ち振動していないときについて考察せよ。滑車、糸、バネの質量は無視する。

1.40 一様な重いロープが、一端で吊されている。この状態では、ロープの長さが  $l_0$  を超えなければ切れない。水平に置いたパイプの中から、直角に下に折れ曲がり、重力の作用で、このロープが滑り落ちるとする。ロープが破断しないで滑り落ちる最大のロープの長さ  $l_{\max}$  はどれほどか。摩擦はない。パイプの曲率半径は無視する。

1.41 3面プリズムがある。左の角度  $\theta$  は  $45^\circ$  以下であり、上の角度は  $90^\circ$  である (図 1.41)。図の状態のプリズムに、上方の同じ高さから、同型の玉の群れが一樣、全面にプリズムに落下する。プリズムはどちら側に動くか。プリズムにあたった玉は1回だけ衝突するものとする。その衝突は完全弾性衝突とする。

1.42 1) 垂直に置かれた円筒形容器の上部は、質量  $M$ 、面積  $S$  のピストンで閉じられている。ピストンの上で、質量  $m$  の小球が多数飛び跳ねる ( $m \ll M$ )。1秒間当たりに、ピストンに衝突する平均の数を  $n$ 、飛び跳ねる高さは  $h$ 、大気圧は  $p_0$  とする。ピストンの下にある円筒容器中の気体の圧力  $p$  を求めよ。

2) 1秒間当たりに衝突する小球の平均数  $n$  ではなく、全小球数  $N$  が与えられているという条件の下で、この問題を解け。

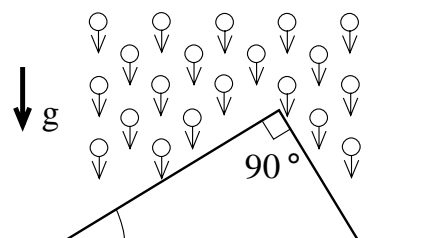


図 1.41

### 第3節 回転運動。振動

1.43 火星は太陽の周りの1回転の公転を、687日で行う。前回の大衝の時を時刻の原点とすると、火星の大衝は何年ごとに繰り返されるか。

(注釈) 大衝とは、太陽、火星、地球が、片側に一直線上に、太陽 - 地球 - 火星と配置することを言う。

1.44 中心軸を水平にして、中心軸の周りに円筒を回転させる。円筒内部に質量  $m$  の物体がある。この物体が円筒の壁からずり落ちない状態とするための、円筒の回転角速度の最小値は幾らか。物体と面との間の摩擦係数は  $k = 1$ 。円筒の内半径は  $r$ 。

1.45 2つの振り子からなる系がある。1番目の振り子の錘が、2番目の振り子の釣り下げ点となっている (2重振り子)。両方の糸は1つの平面内にあり、垂直と一定の角度  $\theta$  とをなすように、垂直軸の周りに回転する。振り子のおもりの質量は同じで  $m$ 。糸の長さも同じで  $L$ 。2重振り子の回転角速度  $\omega$  を求めよ。

1.46 道路に、水平とのなす角度  $\theta$ 、回転半径  $r$  のカーブがある。この箇所を走行する自転車が転倒しないためには、どれだけの速さ  $v$  で、走行しなければならないか。カーブの面と車輪との間の摩擦はないものとする。

1.47 ハンマー投げでは、砲丸とロープでできているハンマーを、自分の周りに十分な速さまで回転させて、投てきする。もし、投てきの瞬間に、選手の出し得る力が、ハンマーに作用している重力より、 $n$  倍大きいとした場合、ハンマーを飛ばすことのできる最大距離  $S$  を求めよ。回転中心からロープにそっての砲丸までの距離は  $L$ 。空気抵抗、砲丸の最初の位置の高さは無視する。

1.48 質量  $m$  の錘が、バネ定数  $k$  の 2 つの同じバネで、枠に取り付けられ、摩擦なく、枠に取り付けられている水平な軸  $AB$  に沿って動くことができる (図 1.48)。枠を角速度  $\omega$  で、枠の中心から距離  $l$  のところに枠の面内にある垂直軸  $OO'$  の周りに回転する。 $x$  がどのような値の時、錘は回転する枠に相対的に不動であるか。

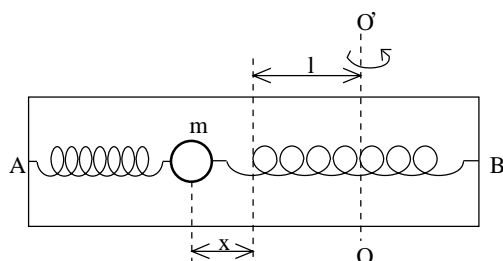


図 1.48

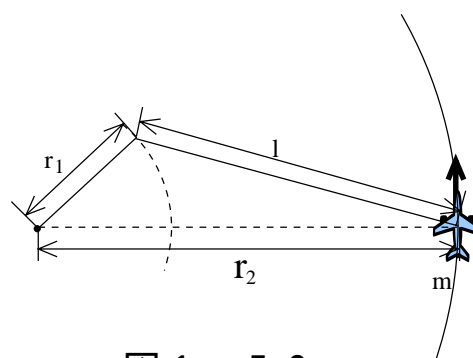


図 1.50

1.49 質量  $m_1, m_2$  の 2 つの物体が、ある 1 点で固定された糸で結びつけられ、水平で滑らかな机の上にある。各物体から固定点までの距離は  $l_1, l_2$ 。固定点を通る垂直軸の周りに水平に、この糸が角速度  $\omega$  で回転する。各々の糸に作用する張力を求めよ。

1.50 子供が模型飛行機を、長さ  $l$  のロープで回転させる。ロープを持っている手は、半径  $r_1$  の円を描く (図 1.50)。飛行機は半径  $r_2$  の円周上を動く。ここで、 $r_1 + l > r_2$ 。飛行機の中心軸はこの円の接線に沿っている。ロープの張力  $T$  を求めよ。飛行機の質量は  $m$ 、角速度は  $\omega$ 、手と飛行機の運動の軌跡は水平面内にある。揚力は上方を向いている。

1.51 重さがなく伸びない長さが  $l$  の糸で結びつけられた質量  $m_1, m_2$  の 2 つの物体が水平で滑らかな机の上で動く。ある瞬間に、質量  $m_1$  の物体の速さがゼロであり、質量  $m_2$  の物体の速さは  $v$  で、糸に垂直方向を向いていた。糸の張力  $T$  を求めよ。

1.52 バネ定数  $k$  の重さのないバネで、質量  $M$  の 2 つの球が固定されている (図 1.52a)。それらに重さのない糸を通じて、質量  $m$  ( $< M$ ) の 2 つの球が取り付けられ、1 辺  $l$  の正方形を形成し、水平で滑らかな机の上に静止している。その後、これらの連結体を、これらの質量中心の周りに、机の上で次第に回転し、質量  $M$  のある頂点の角度は  $60^\circ$  の菱形になるまでにする (図 1.52b)。回転の角速度  $\omega$  を求めよ。

1.53 螺旋形状で、垂直に配位している細い導線製コイルに沿って、導線に通されたビーズが一定の速さで滑る (図 1.53)。コイル半径は  $R$ 、水平に対する導線の傾き角度は  $\theta$ 。ビーズと導線の間の摩擦係数は  $\mu$ 。滑り落ちるビーズの速さ  $v$  を求めよ。

1.54 ダンベルの軸が、水平と角度  $\theta$  をなしている時、ダンベルのひっくり返っている側が、垂直な壁に作用している力  $F$  を求めよ (図 1.54)。ダンベルは初速度ゼロで垂直状態から動き始めるものとする。ダンベルの 2 つの球の質量は  $m$ 。この 2 つの球の間隔は球の半径より充分大きい。摩擦は無視する。



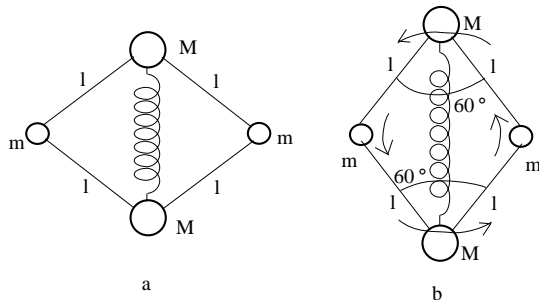


図 1 . 5 2

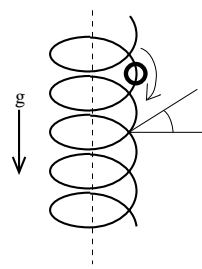


図 1 . 5 3

1 . 5 5 2つの同型、同質量  $M$  の星  $A$  ,  $B$  が、相互作用の引力のもとで、お互いに一定間隔  $r$  で、半径  $r$  の円周上を動く ( 図 1 . 5 5 )。この円の面上で、これらの星からの距離が未知数で、軽い惑星  $C$  が動く。ここで、 $AC = BC = x$  , 三角形  $ABC$  は、これら星の運動下で、形状は変化しないとする。距離  $x$  を求めよ。惑星  $C$  の質量は、星  $A$  ,  $B$  の質量と比較すると無視できるものとする。

1 . 5 6 2つの星が、一定の速さ  $v_1$  ,  $v_2$  で、かつ、同じ周期  $T$  で、お互いにお互いの周りを回っている ( 2 重星 )。各々の星の質量と間隔を求めよ。重力定数は  $G$ 。

1 . 5 7 地表からの高度が  $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km}$  の軌道上にある人工衛星は、1 昼夜で地球の周りを 1 回転し、赤道の任意の地点上空に浮かんでいることができることが知られている。モスクワから、衛星放送を中継するため、モスクワ上空でホバリングする人工衛星をその高さに打ち上げたと仮定しよう。この衛星をこの軌道上に保持させるために、人工衛星のエンジンは、どれだけの推力を出さなければならないか。人工衛星の質量は  $m = 1 \text{ t}$ 、モスクワの緯度は  $\approx 60^\circ$ 、地球の半径は  $R = 6400 \text{ km}$ 。

1 . 5 8 バネ定数  $k$  のバネに吊された荷物から、その一部分、質量  $m$  が剥がれ落ちる。残った荷物は、この後どれだけの高さまで上昇するか。

1 . 5 9 軸  $AB$  に、長さ  $l$  の 2 本の軽い軸で、その先にあるジョイントで固定された錘  $C$  の角振動数を  $\omega$  を求めよ。軸  $AB$  は、水平と角度  $\theta$  で固定している ( 図 1 . 5 9 )。角度  $BAC = \text{角度} ABC = \theta$ 。摩擦は無視する。

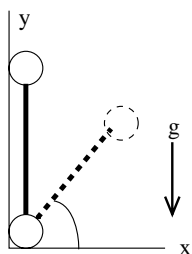


図 1 . 5 4

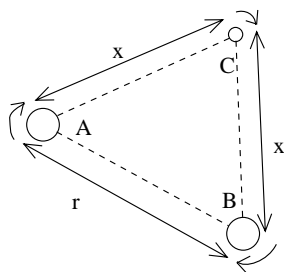


図 1 . 5 5

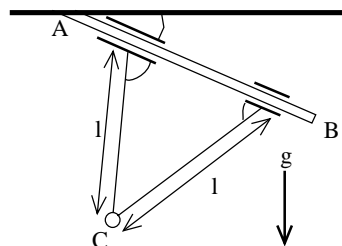


図 1 . 5 9

1 . 6 0 長さ  $l$  の振り子の支点を、瞬間的に水平方向に、一定の速さ  $v$  で動かす。そして、距離  $x$  だけ移動させた後、瞬間的に支点を止める。支点の移動速度が、どのような値の時、支点を動かすことで発生した振り子の振動は、支点の停止後、直ちに止まるか。運動開始前には、振り子は静止している。垂直に対しての振り子の傾きは小さいとみなす。

#### 第4節 エネルギー保存。運動量保存。仕事。仕事率

1.61 長さ  $l$  の糸と質量  $m$  の球からできている振り子がある。糸の一端を支点として固定する。この支点を中心として、振り子を垂直線から  $90^\circ$  傾け、離す。落下の途中で糸が引っかかる釘を打っておく。糸は張力  $T$  まで耐えることができる。糸が釘に引っかかり、切断するためには、釘は糸の支点からどれだけの最小の距離に置かなければならないか。

1.62 卓球用の軽いピンポン球を、高さ  $h$  より落とす。この軌跡の最下点で、ラケットで、下から上に打つ。その後、ピンポン球は、最初の  $n$  倍の高さまで飛び上がった。打撃の瞬間のラケットの速さを求めよ。打撃は弾性的とみなす。空気の抵抗は無視する。ラケットの質量は、ピンポン球のそれより充分に大きい。

1.63 螺旋を形成している円筒形の滑らかで丈夫なコイルに沿って、質量  $m$  のビーズが滑り落ちる。螺旋の軸は垂直である。コイルのターン半径は  $r$ 、1 ピッチ長は  $h_0$ 。ビーズを高さ  $h$  で、初速度ゼロで離れたとき、ビーズはコイルのどの様な力を及ぼすか。

1.64 質量  $m_1, m_2$  ( $m_1 > m_2$ ) の2つの錘を糸で結びつけ、机の上方に固定してある固定滑車に掛け吊す。最初、これらの錘を机からともに高さ  $h$  の位置に静止しておき、その後手離す。机に錘が衝突すると衝突箇所、どれだけの熱量が発生するか。衝突は完全非弾性である。即ち、片方の錘は机にひっつく。

1.65 ちょうど半分だけ水に沈み、断面積が正方形の自由に浮かんでいる木材が、不安定な垂直状態から、より安定な水平の状態にひっくり返る際に、どれだけの熱量が発生するか (図1.65)。角材の質量  $m = 10\text{ g}$ 、長さ  $l = 20\text{ cm}$ 、断面積  $d \times d = 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ 。

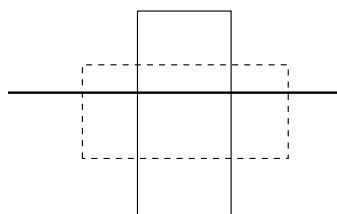


図1.65

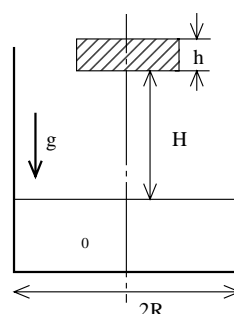


図1.66

1.66 中途まで水で満たされている半径  $R$  の円筒内に、半径  $r$  で高さ  $h$  の円筒コルクを落とす (図1.66)。コルクの下面の最初の水面からの高さは  $H$ 、初速度はゼロである。コルクと水の運動が停止したとき、どれだけの熱量が発生するか。コルクの密度は  $\rho_c$ 、水の密度は  $\rho_w$ 。

1.67 深さ  $H$  海の海底に、高さ  $h$  の立方体形状のタンクが立っている。タンクは水で満たされている。タンクから水をはき出すためには、最低どれだけの仕事をしなければならないか。水の密度は  $\rho_w$ 。

1.68 宇宙船が月の引力で、月に向かって動く。月から充分な遠方の距離に於いては、宇宙船の速さは月に対して、ゼロと見なせる。宇宙船が着きに軟着陸するためには、月面からどれだけの高度に於いて、エンジンプレーキにスイッチを入れなければならないか。

月面における重力加速度は  $g_m$  は地球の  $g$  の 6 分の 1。エンジンは 5 倍の  $g$  を出すものとする。月の半径は  $r_m = 1700 \text{ km}$ 。減速中における宇宙船の質量変化は無視する。月の表面近傍では重力加速度は一定と見なす。

1.69 北極点から垂直に、第 1 宇宙速度  $v_1 = (gR)^{1/2} = 8 \text{ km/s}$  で、物体を打ち上げる。この物体は、地表からどれだけの最大距離  $h$  まで上昇できるか。  $R$  は地球半径  $= 6400 \text{ km}$ 。

1.70 赤道に沿って、物体を東から西の方向へ、地表に平行に、ある速度  $v_0$  で打ち上げる。この物体の速度は、地球から十分に遠方ではゼロとなる。同じ物体を、同じ速度  $v_0$  で、赤道に沿って西から東の方向へ、同じく地表に平行に打ち上げる。この物体は、地球から充分の遠方に達したところでどのような速度で動いているか。地球の自転は考慮し、公転は無視する。空気抵抗は無視する。赤道一周長  $l = 40000 \text{ km}$ 、地球の自転の 1 周期  $T = 1$  昼夜。その他。

1.71 水平で滑らかなパイプに、半径  $r$  のループがある。このループは垂直面内にある (図 1.71)。長さ  $l > 2r$  の細くて柔らかいロープが、このループを通り抜けるためには、パイプの水平部分で最低どれだけの速さを持っていなければならないか。ループの半径  $r$  は、パイプ及びロープの半径より十分に大きいものとみなす。摩擦は無視する。

1.72 一定断面積を有する細いパイプが、一辺  $l$  の正方形を作り、垂直面内にある (図 1.72)。密度  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  ( $\rho_1 > \rho_2$ ) のお互い交わらない同量の 2 つの液体でパイプを満たす。最初は、パイプの上部を密度の大きい液体で満たす。その後液体は動き出す。液体の最大移動速度を求めよ。摩擦は無視する。

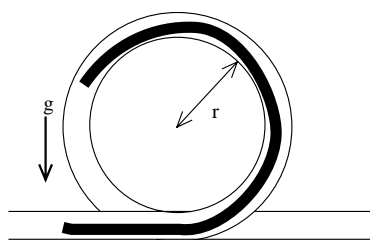


図 1.71

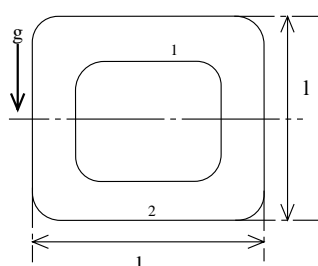


図 1.72

1.73 重さの無視できるバネ定数  $k$  のバネの両端に、質量  $m$  のビーズがついている。図 1.73 に示しているように、しっかりと固定された軸にビーズは通されている。軸の開放端の間隔  $l_0$  はバネの伸びていないときの長さとも一致する。バネが軸を外れたとき、 $x$  軸方向に、バネはどれだけの速さで動くか。バネは最初は静止しており、その長さは  $l_0$ 。摩擦と重力は無視する。

1.74 バネ定数  $k_1$ 、 $k_2$  の 2 つのバネの両端に、質量  $m$  の物体が固定されている (図 1.74)。物体は直線  $AB$  に沿って動くことができる。左側のバネの端  $A$  は固定されている。物体をその位置に保ったまま、右側のバネの端を  $l$  だけひっぱり、 $B'$  点に固定する。その後、物体を離す。物体の最大速度を求めよ。摩擦と重力は無視する。

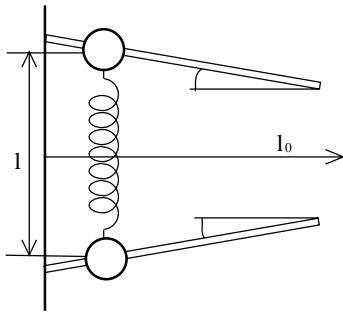


図 1 . 7 3

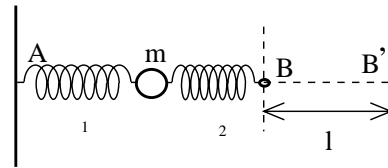


図 1 . 7 4

1 . 7 5 バネに吊された質量  $M$  の錘の上に、錘の位置をそのまま保ちながら、質量  $m$  の負荷をかける。その後、離す (図 1 . 7 5 )。錘の側から負荷に作用する力の最大値を求めよ。

1 . 7 6 子供用のバネ式ピストルは、不動の壁に固定された有限質量のバネでできており、連続して球を速さ  $v$  で発射する (図 1 . 7 6 )。2 倍の質量の弾を発射すると、その速さは  $v \cdot \sqrt{2/3}$  であった。3 倍の質量の弾を発射すると、その速さは幾らか。

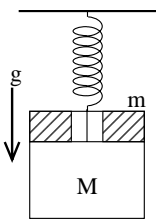


図 1 . 7 5

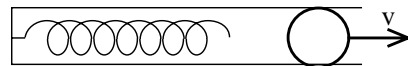


図 1 . 7 6

1 . 7 7 2 つの同型の球が、長さ  $l_0$  の重さのない軸に固定されている。系を平面内に配置し、その中心が静止しているように回転させる。系は何回転するか。各球の初速度は  $v_0$  , 摩擦係数は  $\mu$  。

1 . 7 8 水平との傾斜角度  $\theta_1$  の斜面に沿って、高さ  $H$  から初速度ゼロで、物体が転げ落ちる。A 点に達し、物体は傾斜角度  $\theta_2$  の斜面の上方に昇っていく (図 1 . 7 8 )。面と物体との間の摩擦係数を  $\mu_1$  ,  $\mu_2$  と仮定し、物体の上昇高度を求めよ。面から面への移動は滑らかである。

1 . 7 9 同じ質量  $m$  の 2 つの物体が、バネ定数  $k$  ( かつぱ ) のバネで結びつけられ、平面上に置かれている (図 1 . 7 9 )。左の物体は壁に触れている。壁からの逆の作用により、右の物体が左の物体を動かすためには、右側の物体に、壁方向に最低どれだけの速さを与えなければならないか。物体と面との摩擦係数は  $k$  ( けー ) とする。

1 . 8 0 質量  $m_1$  ,  $m_2$  の 2 つの角材が、水平面上に置かれ、緩んでいるバネ (バネ定数  $k$  ) で結びつけられている。2 番目の角材を動かすためには、1 番目に付与すべき水平方向の最低の力はいかほどか。面と角材との摩擦係数は  $k$  。

1 . 8 1 水が距離  $l$  の先に落下するためには、ホースのノズルから出る水流を水平に対

して何度の角度方向に向けるべきか。水の密度は  $\rho$ 、ノズル穴の面積は  $S$ 、モーターのパワーは  $P$ 、モーターの効率は  $\eta$ 。地上からのノズルの高さはゼロとする。

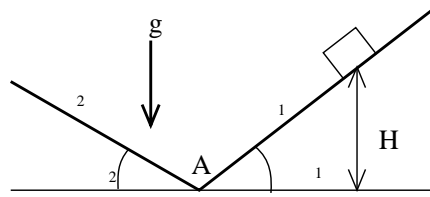


図 1 . 7 8

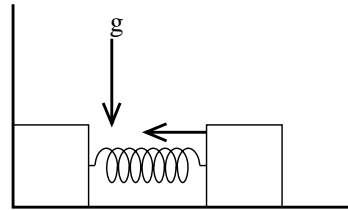


図 1 . 7 9

1 . 8 2 2つの車軸を持った質量  $m$  の自動車が動き出す。エンジンは一定の馬力  $P$  で動作している。道路に対する車輪の摩擦係数は  $\mu$ 。時間に対する自動車の速さの依存性を見出し、グラフ化せよ。空気抵抗及び機械系の摩擦は無視する。

1 . 8 3 初速度  $v$  で飛んでいる質量  $m$  の弾丸が、質量  $m$  の吊された物体を貫通し、同じ質量で同じく吊された物体にめり込んだ。物体と弾丸との相互作用時間は無視し、2番目の物体で発生した熱量を  $Q_2$  として、最初の物体において発生する熱量  $Q_1$  を求めよ。

1 . 8 4 弾頭が敵陣の野営地に落下するように砲兵は射撃をする。大砲からの弾頭の発射の瞬間、ミュンハウゼン男爵がそれに乗ったため、弾頭は目標に達しないで落下した。敵の陣営に達するためには、男爵はどれだけの距離を徒歩で歩かなければならないか。男爵は弾頭よりも5倍重いとする。弾頭に乗った男爵の着地は完全非弾性衝突とする。

1 . 8 5 高さ  $h$  の机の端に、質量  $m_1$  の小さな玉が置いてある。水平方向に  $v$  で玉の中心をめがけて動いてきた質量  $m_2$  の弾丸が命中した。弾丸は玉にめり込む。玉は机からどれだけの水平距離に落下するか。

1 . 8 6 高さ  $h$  で水平方向に速度を持った小さい物体が、同じ質量の2つの部分に分裂した。片方は分裂後、時間  $t_1$  を経て地上に落下した。遅れて落下した他方は分裂後、どれだけの時間後、地上に達するか。空気抵抗は無視する。

1 . 8 7 質量  $m_2$  の人が乗った質量  $m_1$  の手押し車が、速さ  $u$  で動いている。人が同じ方向に手押し車の上で歩き始めた。手押し車に相対的に、人がどれだけの速さで歩けば、手押し車は地表に対して止まるか。手押し車と地表との間の摩擦は無視する。

1 . 8 8 静止している質量  $m_1$  の物体に、質量  $m_2$  の物体が速さ  $v$  で飛んできてぶつかる。物体間の相互作用において発生する力は、時間間隔  $\Delta t$  の間に、ゼロから  $F_0$  まで増加し、その後、同じ時間間隔  $\Delta t$  でゼロまで減少する。相互作用後の各々の物体の速さと発生する熱量を求めよ。

1 . 8 9 半径  $r$ 、質量  $M$  の固定されていない中空の球の中心で、質量  $m$  の弾丸が粉々に砕け散る。破片は全方向に一樣に速さ  $v$  で飛び去る (図 1 . 8 9)。球には大きさの異なる2つの円形の穴が開いており、それらの中心は球の同じ直径線上にある。これらの穴を通り抜けない破片は、球のない表面にくっつく。球の最終速度を求めよ。球の中心から見た円の開口角度は  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ 。  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  は値に近いが同じではないとする。空気抵抗と重力は無視する。

1.90 水平で滑らかな平面上に、最初、質量 $m_1$ で長辺の長さ $l$ の長方形の枠が静止している(図1.90)。枠内で、長辺に平行に、速度 $v$ で質量 $m_2$ の球が動き始め、枠の短辺の中央に衝突する。球が短辺間で一往復する時間間隔を求めよ。球の大きさは無視する。衝突は弾性的である。

1.91 氷面上で、表面がざらざらした幅 $l$ の薄い帯が速さ $v$ で動いている。その帯の面上に垂直に、速さ $v$ でアイスホッケーのパックが到着する(図1.91)。パックは帯を横切った後、帯に対して $45^\circ$ の角度で立ち去る。帯に対するパックの摩擦係数を求めよ。

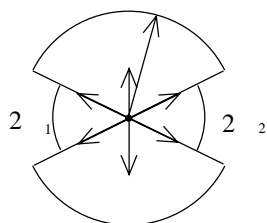


図1.89

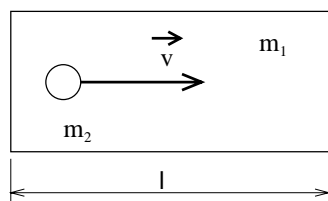


図1.90

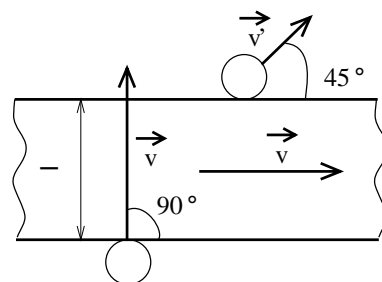


図1.91

1.92 質量 $m_1, m_2$ の2つの球が、同じ形状で、同じ高さの小山から、摩擦及び回転無しで向き合う方向に、同時に滑り落ちる。そして、水平面上で衝突し、ひっつく。一体化した球体はどれだけの高さに上昇するか。

1.93 質量 $m$ の2つの同じ球が、お互いに接触して静止している。3番目の球が直線運動をし、2つの球に同時に触れるように、それらに向かって飛んでくる(図1.93)。衝突後、3番目の球が静止するとして、3番目の球の質量を求めよ。全ての球の半径は同じである。衝突は弾性的である。

1.94 前問と同様であるが、速さ $u$ で動いてくる球が静止している2つの球に弾性的に衝突する。衝突後の各球の速さを求めよ。但し、今回は。全球とも同じ半径でかつ同じ質量である。

1.95 2つの弾性的で滑らかな球が、正三角形の2つの頂点AとBから、3番目の頂点Cの方向に同じ速さで飛び立つ。A点の球の質量は $m$ 、B点の球の質量は $3m$ である。半径は同じである。衝突後2つの球のなす角度はいかほどか。

1.96 2つの同じ弾性的で滑らかな球AとBが、速さ $v$ と $2v$ で、面と向かって動いている(図1.96)。各々の中心を通る運動の直線は、互いに相手の球に接している。衝突後、球Aは最初の方角に対して、どのような角度の方角に動いていくか。

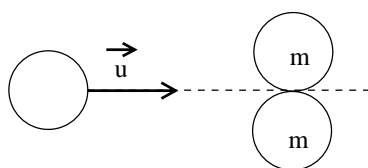


図1.93

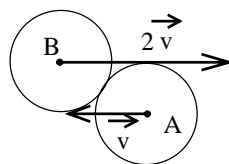


図1.96

1.97 滑らかで水平な机の上に、1直線に沿って、触れあうことなく、 $n = 1969$ 個の球が並んでいる。それらの半径は同じであるが、質量は $m, m/2, m/4, m/8, m/16, \dots$ 。質量 $2m$ の球が、その直線に沿って、1番目の球にあたる。最後の球が獲得する速度を求めよ。衝突は全て弾性的であり、かつ正面衝突である。

1.98 質量 $m$ の2つの球が丈夫な糸で結んである(図1.98)。質量 $M = 2m$ の円盤が速さ $u = 1 \text{ m/s}$ で飛んできて、糸の中央部にあたる。衝突直後における球の円盤方向への速さを求めよ。

1.99 棒 $ABC$ に、2つの同型の錘 $B, C$ が固定され、十分に長い糸 $OA$ ( $OA \gg AC$ )で、 $A$ 点で吊されている(図1.99)。棒を水平状態に保ち、この時、糸 $OA$ は垂直になっている。そして離す。棒が最下点に足した瞬間、 $A$ 点の速さは幾らか。棒と糸の質量は無視する。 $AB = l, BC = 2l$ 。

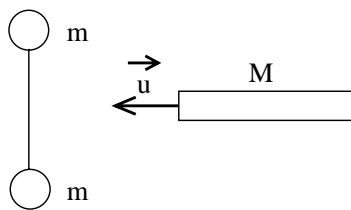


図 1.98

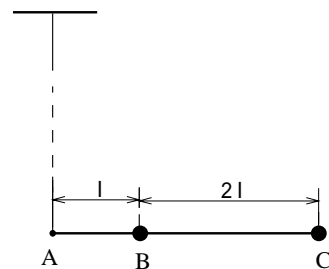


図 1.99

1.100 長さ $l$ の糸で結ばれた同じ錘の $A$ と $B$ の組が、滑らかな机の上から滑り落ち、始める。この時、錘 $B$ は高さ $BC = 2l/3$ である。床に達し、錘 $B$ は床にひつつき、その後、直ちに錘 $A$ は机を飛び去る。糸が再びピンと張るとき、錘 $A$ は床からどれだけの高さにいるか。

1.101 質量 $M$ の長方形の角材が、半径 $r = 0.2 \text{ m}$ のえぐり穴を持っており、垂直の壁に密接して水平面上においてある(図1.101)。えぐり穴の壁に近い最上点の $A$ 点の上方の高さから、質量 $m = M/5$ の球を落とす。この球がえぐり穴の対面する $B$ 点を超えないためには、その高さの最大値は幾らか。摩擦は無視する。

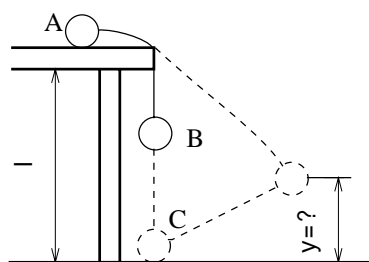


図 1.100

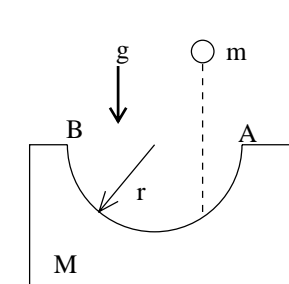


図 1.101

1.102 細いパイプ $AKB$ は角度 $2\theta$ で曲がっており、手押し車の上に動かないように固定され、その曲がり角は手押し車の台と各々角度 $\theta$ をなしている(図1.102)。パイプの片側は水で満たされ、栓 $K$ でせき止められている。手押し車は水平面に沿って動ける。ある瞬間に、栓 $K$ を開く。水柱長の中心の位置が最も低くなった時の手押し車の

速さを求めよ。手押し車の最初の速さはゼロ。からのパイプを含んだ手押し車の質量は $M$ 、水の質量は $m$ 、 $AK = BK = l$ 。摩擦は無視する。

1.103 机上にある質量 $M$ のU字型パイプ中に、長さがパイプ長とほぼ同じで質量 $m$ の伸びない糸が入っている(図1.103)。糸の両端は、パイプの両端に位置している。この状態のもとで、糸をA点で摘み、机に対して速さ $v$ でパイプから引き出す。が、糸の他端(B点)の速さは机に対して0となるように糸を引く。糸が抜け去ったとき、パイプはどのような速さ $u$ で動くか。摩擦は無視する。

1.104 質量 $M$ のピストンのついた垂直状態にあるシリンダー内で、 $n$ 個( $\gg 1$ )の玉がピストンとシリンダーの底の間で弾性的に衝突し、飛び跳ねる。糸は釣り合いの状態にある。底からのピストンの高さは $h$ 。ピストンを勢いよく抜き取ると、玉はどれだけの高さまで飛び上がるか。シリンダーの壁とピストン間の摩擦と気圧は無視する。

1.105 質量 $M$ の滑らかなくさびが水平面を滑る。水平と角度 $\theta$ をなしているくさびの面に、質量 $m$ の滑らかな角材がおいてある。くさびの動く加速度を求めよ。摩擦は無視する。

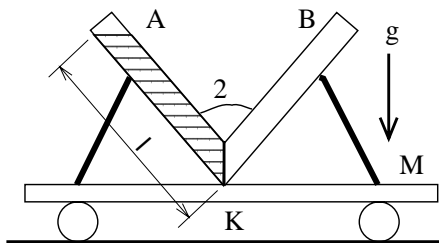


図1.102

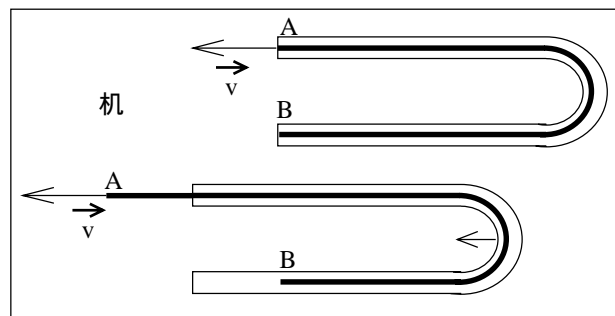


図1.103

## 第5節 静力学。力のモーメント

1.106 2つの平らな壁で作られた隙間ABCに球がおいてある。隙間の稜は水平である(図1.106)。垂直な壁BCに球が及ぼす圧力が、球に作用している重力の2分の1を越えるような壁の間の角度を求めよ。摩擦は無視する。

1.107 半径 $r$ 、質量 $m$ の球が長さ $l$ の糸に吊されている。糸は垂直な壁に固定されている。球が壁に及ぼしている力を求めよ。摩擦は無視する。

1.108 半径 $r$ 、質量 $m$ の球が、半径 $R$ の動かない球の上に、球の頂点Cに固定された重さが無く伸びない長さ $l$ の糸で支えられている(図1.108)。球と糸は他の箇所では接触していない。糸の張力を求めよ。摩擦は無視する。

1.109 (1) 質量 $m_1, m_2$ の2つの球が重さのない丈夫な長さ $l$ の軸で接続され、半径 $R$ の球状の空洞で静止している。軸は水平に対してどのような角度 $\theta$ をなしているか。摩擦は無視する。

(2) 滑らかな固定された半球内に、質量 $m$ の軸が自由においてある。軸の一端は球の縁から出ており、軸の水平となす角度は $\theta$ である。軸が半球に触れている点で、半球に及ぼしている力を求めよ。



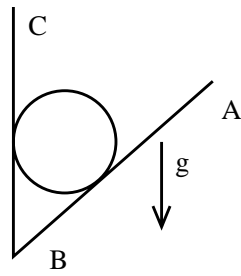


図 1 . 1 0 6

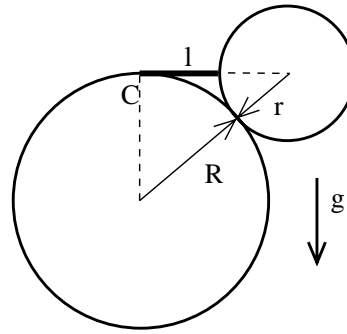


図 1 . 1 0 8

1 . 1 1 0 2本のロープABC, AECの間に握力計があり、菱形の対角線上にある(図1.110)。C点は固定されている。握力計が力 $F_0$ を示しているとき、A点に働いている力を求めよ。角 $EAB = \text{角} BCE = \theta$ 。

1 . 1 1 1 台の上に横に寝かしてある半径 $r$ の円柱が、その軸を通る垂直面に沿って2つに裂ける。半円柱の質量が $m$ 、それらの重心は円柱の中心から $l$ の距離にある。円柱が分裂しないようにするため、2つの同じ重さの錘に糸を固定し、各々の他端を反対側に掛け渡し、半円柱に固定する(図1.111)。円柱が分裂しないための錘の最小質量を求めよ。摩擦は無視する。

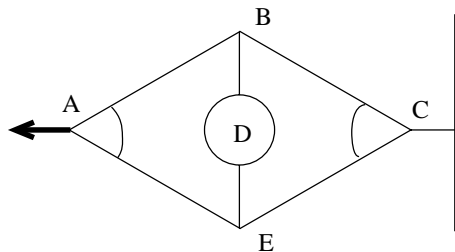


図 1 . 1 1 0

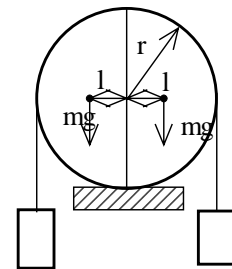


図 1 . 1 1 1

1 . 1 1 2 質量 $m$ の一樣な糸を、その両端の高さを同じとして、天井に固定し、自由に吊す。糸の最下点での、糸にかかっている張力は $T_0$ 。糸を固定している天井点での糸の張力を求めよ。

1 . 1 1 3 長さ $L$ の伸びなく重さのない糸に、重いビーズCが取り付けられ、高さの違うA, B点で固定されている(図1.113)。ビーズの大きさや摩擦を無視して、A点からビーズを通過する垂直線までの距離を求めよ。パラメータ $l$ と $h$ は図に示しており、概値とする。

1 . 1 1 4 同じ長さの3本の糸を、リング1とリング3に等間隔で固定し、リング2の内側にそれらを通す(図1.114)。リング1と2の半径は等しく、 $r$ であり、リング3の半径は、その2倍である。全てのリングは同じ導線できている。リング1を水平面に保持し、糸を平衡状態とする。リング2と3の中心間の距離を求めよ。摩擦は無視する。

1 . 1 1 5 ロケットが一定の速さ $v$ で雲海中を突き進む。雲の密度は $\rho$ 、ロケットの断

面積は  $S$  , ロケットの触先の開口角度は  $2\theta$  。 ロケットのエンジンの出している牽引力を求めよ。 雲とロケットの衝突は弾性的とする。

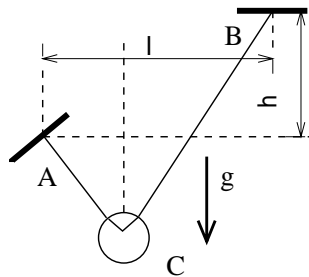


図 1 . 1 1 3

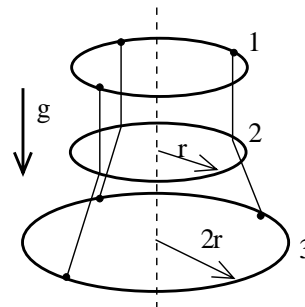


図 1 . 1 1 4

1 . 1 1 6 ロケットが希薄な雲海中を一定の速さで飛ぶ。ロケットの速さを倍とするためには、エンジンの牽引力を何倍としなければならないか。

1 . 1 1 7 同じ材料で作られた 2 つの球が、希薄な雲海中で減速されながら落下する。球の半径が 2 倍である片方の球の最終速度は、他の球の最終速度の何倍となるか。抵抗は雲だけの分とする。空気抵抗ではないとする。

1 . 1 1 8 重い金属棒を中央で  $90^\circ$  曲げ、1 端で自由に吊す。固定端と自由端を結ぶ線分は垂直線と何度の角度をなすか。

1 . 1 1 9 質量  $m$  の棒が一端を水平面上に、他端を斜面上にもたせかけている。水平面と斜面のなす角度は  $\theta$  。この棒が安定状態にあるためには、棒の端の 1 つの加えるべき斜面方向の力を求めよ。全てで摩擦はないものとする。

1 . 1 2 0 垂直な壁に、2 本の釘  $A$  ,  $B$  が打ち込まれ、それらに上方から、中心が  $O$  の質量  $m$  の滑らかな円形ループが載せられている ( 図 1 . 2 0 )。半径  $OA$  と  $OB$  は垂直線と角度  $\alpha$  と  $\beta$  をなすとして、各々の釘に作用している力を求めよ。摩擦は無視する。

1 . 1 2 1 質量  $m$  の滑らかで円形の細いループが、2 本の釘により、垂直の状態で壁のところに保持されている ( 図 1 . 1 2 1 )。釘のうちに 1 本 (  $A$  点 ) はループの内側にあり、ループに接触し、接点  $A$  を通る半径は垂直線と角度  $AOC = \alpha$  をなしている。2 番目の釘はループの外側にある。  $B$  点を通る半径の垂直線となす角度  $BOC = \beta$  。ループは角釘にどれだけの力を及ぼしているか。摩擦は無視する。

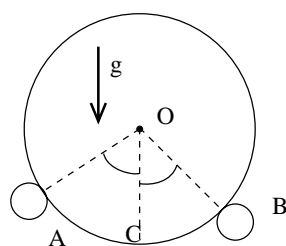


図 1 . 1 2 0

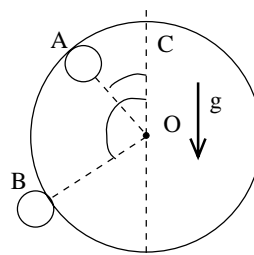


図 1 . 1 2 1

1 . 1 2 2 質量  $m_1$  ,  $m_2$  の 2 つの滑らかな球が、重さが無く伸びない糸で、1 点 O から吊されている ( 図 1 . 1 2 2 )。大きな球の半径は  $r$ 、それを支えている糸の長さは  $l$ 。この糸は垂直線とどれだけの角度をなすか。

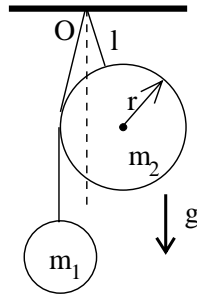


図 1 . 1 2 2

1 . 1 2 3 未知の質量  $m_1$  ,  $m_2$  の錘が、短く質量もなく伸びない長さ  $l$  の糸で結ばれ、滑らかな半径  $r$  の円筒表面上に置かれている ( 図 1 . 1 2 3 )。釣り合いの状態にあるとき、質量  $m_1$  の錘がいる点を通る半径と垂直線とのなす角度は 。錘の質量の関係を求めよ。

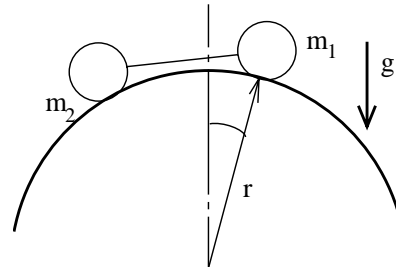


図 1 . 1 2 3

1 . 1 2 4 質量  $M$  , ながさ  $L$  の一様な梁が、両端で 2 つのバネで吊されている。2 つのバネは錘をつけないときには、同じ長さであるが、同じ錘をつけたときには、右側のバネの伸びは、左側のバネの伸びより  $n$  倍大きい。梁が水平状態にあるためには、梁の左側からどれだけの位置に、質量  $m$  の錘を置くべきか。

1 . 1 2 5 コンテナを左に動かすためには、その右面の中心に垂直に力  $F_1 = 100 \text{ N}$  の力を加えなければならない。逆に、コンテナを右に動かすためには、その左側面の中心に、これも面に垂直に  $F_2 = 150 \text{ N}$  の力を加えなければならない ( 図 1 . 1 2 5 )。コンテナの質量を求めよ。左側の支点は、右側と違ってローラーでできており、小さい摩擦も無視できるようになっている。支点の大きさは小さい。コンテナは一様な立方体と見なせる。

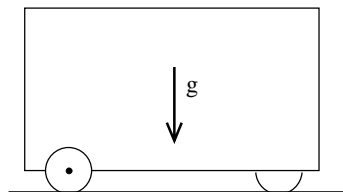


図 1 . 1 2 5

1 . 1 2 6 車輪にブレーキ  $BC$  が備わっている ( 図 1 . 1 2 6 )。それは、 $B$  点で丈夫な枠に蝶番で固定されている。車輪の軸は  $A$  である。伸ばされたバネ  $AC$  が、車輪のリムにブレーキの台木を押しつけている。角度  $ACB$  は 。時計回りの車輪の回転では、ブレーキの台木で発生する摩擦力は  $F_1$ 。リムに対する台木の摩擦係数は  $k$ 。反時計回りに車輪が回転するときの摩擦力を求めよ。

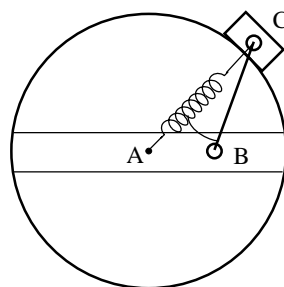


図 1 . 1 2 6

1.127 水平面上に立方体がおいてある（図1.127）。摩擦係数は $k$ 、立方体の質量は $m$ 。立方体が滑ることなくひっくり返るためには、上の稜で、立方体を水平方向に対して角度  $\theta$  で引くとき、最小どれだけの力を加えなければならないか。

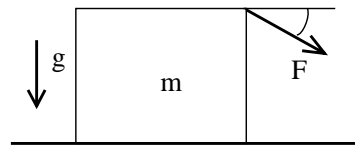


図1.127

1.128 同じ大きさで同じ質量の2枚の板でできている合板が、水平な机の上に置いてある（図1.128）。板のA点に糸をくくりつけ、一定の速さで水平方向に引っ張る。板と机の間の摩擦係数が、各々 $k_1 = 0.6$ 、 $k_2 = 0.4$ の時、板の接合線ABと糸のなす角度  $\theta$  を見いだせ。板は前進する。

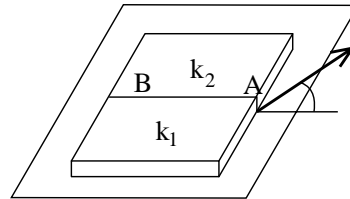


図1.128

1.129 半円柱が、質量 $m$ の一様な角材の支えとなっている（図1.129）。左側の半円柱と机との間の摩擦係数は $k_1$ 、右側では $k_2$ 。角材が一様に動くためには、角材にどれだけの水平力 $F$ を加えなければならないか。半円柱の大きさな無視する。図中に示されているパラメータ $l$ と $d$ は既知とする

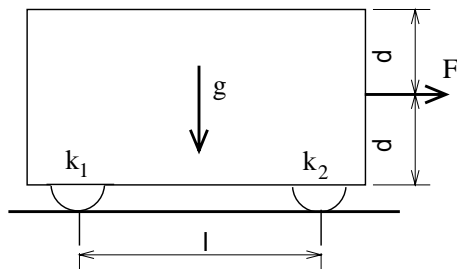


図1.129

1.130 質量 $m$ の小さい荷物が、重さのない高さ $h$ の手押し車の上の真ん中に固定されている（図1.130）。両車軸からの距離は $l$ 。傾斜角度  $\theta$  の斜面を、手押し車が下る。ブレーキをかけた瞬間、手押し車の車輪は直ちに止まる。斜面と前輪との摩擦係数は $k_1$ 、後輪では $k_2$ 。角度  $\theta$  がどのような値の時、手押し車は等速度運動をするか。

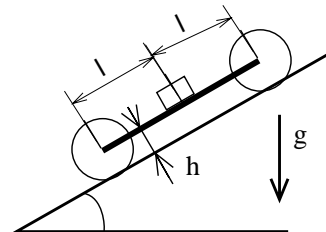


図1.130

1.131 半径 $R$ の車輪がしっかりと固着された半径 $r$ の軸に、プレス機で力 $F$ を加える（図1.131）。軸とプレス機との間の摩擦係数、車輪と床との間の摩擦係数はともに $k$ 。軸をロープOAで引っ張る。軸が $l$  ( $l < R$ ) だけ動くためには、どれだけの仕事をしなければならないか。重力は無視する。

1.132 水平な机の上にある糸巻きに、垂直面に沿って動くようになっているくさびを押しつける（図1.132）。糸巻きとくさび、糸巻きと机の間の摩擦係数はともに $k$ 。糸巻きが反時計回りに回転しながら、左側に動くのは、どのような $k$ の時か。糸巻きに作用している重力は無視する。

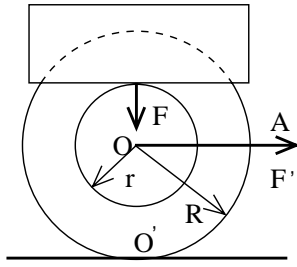


図 1 . 1 3 1

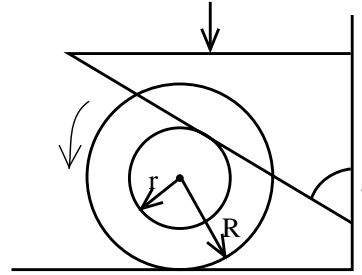


図 1 . 1 3 2

1 . 1 3 3 質量  $m$  で半径  $2R$  の糸巻きが、壁に密着している (図 1 . 1 3 3)。内側の円筒には、糸が巻き付いている。糸を鉛直下方向に引っ張る。糸を引っ張る力  $F$  が、どのような値の時、糸巻きは回り始めるか。糸巻きの壁と床との間の摩擦係数はともに  $k$ 。内側の円筒の半径は  $R$ 。

1 . 1 3 4 A 点で、ジョイントに固定された各々質量  $M$  の 2 枚の同型の板の間に、質量  $m$  の球が保持されている (図 1 . 1 3 4)。板と球の接点は、板の中心部にある。板のなす角度は  $2\theta$ 。球と板の間の摩擦係数  $k$  がどのような値ならば、この状態が維持され続けるか。

1 . 1 3 5 水平な机の上に紙があり、質量  $m$  の棒で押しつけられている。その棒は高い方の端は、蝶番で固定されている。紙を引き出すためには、紙に水平方向に最低どれだけの力を加えなければならないか。軸と紙のなす角度は  $\theta$ 、それらの間の摩擦係数は  $k$ 。紙と机の間の摩擦係数は無視する。

1 . 1 3 6 長さ  $l$  の丈夫な棒は、滑らかな垂直の壁から距離  $l$  離れた軸  $O$  の周りに自由に回転することができる (図 1 . 1 3 6)。棒と壁の間に、厚さ  $h$  の角材が押さえつけられている。棒と角材との間の摩擦係数が  $k$  ならば、角材の厚さがいくらならば、角材を下に引き抜くことができないか。

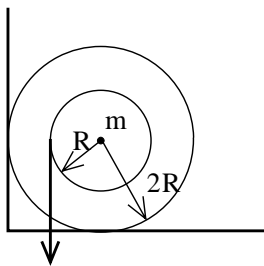


図 1 . 1 3 3

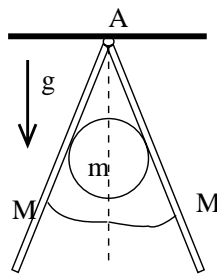


図 1 . 1 3 4

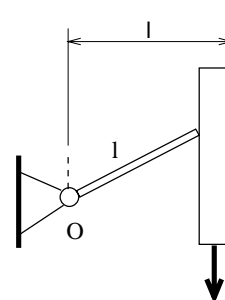


図 1 . 1 3 6

1 . 1 3 7 高さ  $H$  の 2 本の柱が、地面に余り深くなく埋め込まれている。柱を引き抜くためには、垂直に力  $F_0$  を加えればよい。安定性を増すために、柱の高さ  $h$  の箇所に、丈夫な支柱をジョイントで垂直に対して角度  $\theta$  で取り付ける (図 1 . 1 3 7)。柱の頂上の間に渡したロープを、最大どれだけの力で引き縮めることができるか。ロープを引く際、柱に作用する垂直の力の変化は無視する。

1.138 長さ  $l$ 、質量  $m$  の棒が、2本の重さのない丈夫な軸で吊されている。軸は、支柱に支えられている長さ  $L$  の平行棒とジョイントで結合している。右側の軸は、平行棒の右端から距離  $d$  の箇所にある。棒が初速度ゼロで、最高位の位置から動き始める。平行棒の左右の支柱に作用する力の最大の差を求めよ。平行棒の曲がりと摩擦は無視する。

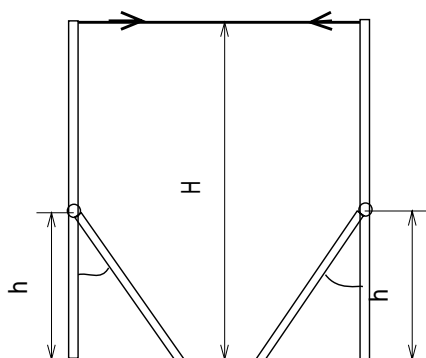


図 1.137

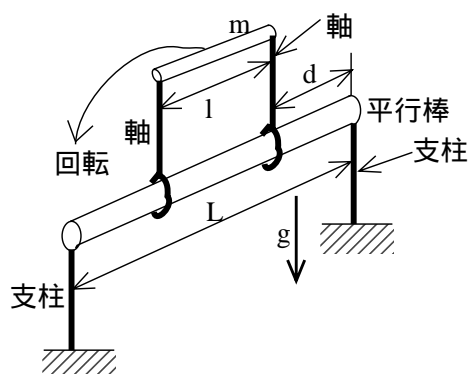


図 1.138

1.139 机の端に、質量  $M$ 、長さ  $L$  の角材がある。長さ  $d$  だけ机の端から出ている。角材は机の端のところで蝶番で固定され、この机の端を中心として回転することができる。角材の端に、質量  $m$  の錘を長さ  $l$  の糸で吊す。錘を角度  $\theta$  だけ脇にずらしてから、錘を放す。  $\theta$  がいくつの時、角材は回転し始めるか。

1.140 固定された球の頂点に、玩具「起き上がり小坊師」をおく。玩具の下部は同じ半径の半球となっており、小坊師の重心はこの半球の垂直半径の真ん中に位置している。この玩具は球から落下するか。滑りはないものとする。

## 第6節 液体と気体の力学

1.141 水平と角度  $\theta$  をなしたホースから、水が速さ  $v$  で流れ出している。ホースの断面積が  $S$ 、地面からの高さが  $h$ 、水の密度が  $\rho$  としたとき、或る時刻に空中にとどまっている水の全質量を求めよ。

1.142 重い液体で満たされた大さじが、柄の端で慎重に、ぶら下げられている（図 1.142）。この時、液体の一部が流れ出した。大さじのバケットが半径  $r$  の半球状で、柄は半球に接し、その長さは  $l = r \cdot \sqrt{8}$  として、大さじに残っている液体の体積を求めよ。大さじの質量は無視する。

1.143 手押し車の上に、一辺が  $l$  の正方形の底をし、高い器壁でできた容器が乗っている容器の下端の一辺が、蝶番で固定されている。容器に高さ  $h > l/2$  まで液体を注ぐ。容器を押さえながら、加速度  $a$  で車を引っ張る。液体の表面が静止したとき、容器を離す。容器内の液体は最低どれだけの高さとなるか。容器の質量は無視する。

1.144 断面積  $S_1$  の円筒に、非圧縮性液体を注ぎ、上にピストンを置く（図 1.144）。このピストンの内側には、断面積  $S_2$  のはめ込みがある。ピストンとはめ込みの間の摩擦力は値  $F$  に達する。ピストンと円筒の器壁の間には摩擦はない。ピストンからはめ込みを押し出すためには、はめ込みを上から最低どれだけの力で押さなければならないか。

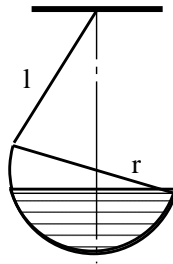


図 1 . 1 4 2

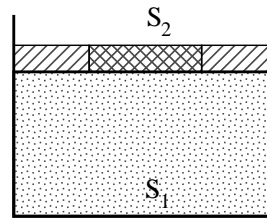


図 1 . 1 4 4

1 . 1 4 5 ピストンが垂直の円筒容器から、その底にある面積  $S_0$  の小さい穴を通して水を押し出す。容器の高さは  $h$ 、底面の面積は  $S$ 。ピストンが一定の速さ  $v$  で動くならば、ピストンはどれだけの仕事をするか。重力の作用を考慮に入れる。

1 . 1 4 6 薄い器壁の缶が、垂直に底を下にして、密度  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  の異なった液体の分離境界のところに浮かんでいる (図 1 . 1 4 6)。缶の底は厚さが  $h$  で、面積が  $S$ 。缶の下の方の液体への沈み込みの深さ  $h$  を求めよ。缶の器壁の質量は無視する。

1 . 1 4 7 円筒容器が質量  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  の混じっていない 2 種の液体で満たされている。液体中に一辺  $l$  の立方体を沈める。立方体の材料の密度が  $(\rho_2 > \rho > \rho_1)$  の時、密度  $\rho_2$  の液体中への立方体の沈下量  $h$  をもとめよ。

1 . 1 4 8 密度  $\rho$  の液体で満たされている容器の底に、型をした物体が立っている。大きさは図 1 . 1 4 8 に示されている。液体は物体の底面の下には流れ込まない。物体の密度は  $2\rho$ 。容器内の液体の高さがどれだけになると、物体の釣り合い状態が壊れるか。

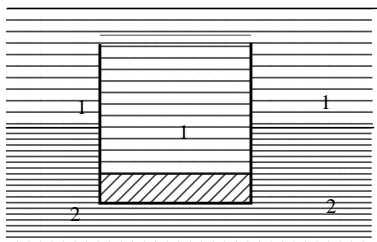


図 1 . 1 4 6

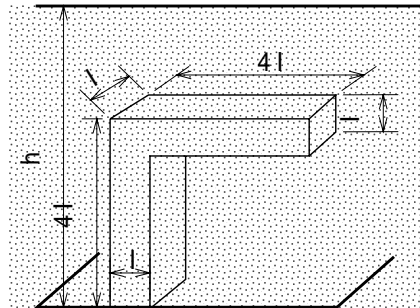


図 1 . 1 4 8

1 . 1 4 9 半径  $R$  の円筒容器が、高さ  $h$  まで水で満たされ、底の近傍の壁に穴が開いて、栓で閉じられている。容器内に栓を距離  $l$  だけ押し入れるためには、どれだけの仕事を与えなければならないか。栓は半径  $r$  の円柱形状をし、長さは  $l$  より長い。摩擦は考慮しない。水の密度は  $\rho$ 。水がこぼれ出ない程度に容器は充分高い。

1 . 1 5 0 長方形の高い容器内に、密度  $\rho$  の液体を注ぐ。容器の底のところの器壁に、高さ  $h$  の長方形の穴があり、そこに同じ断面積の重さの無い栓を長さ  $l$  だけ押し込んでいる。栓と容器の底の間には、液体は流れ込まない。液面の高さがどれだけであると、栓は抜け出さないか。栓と容器の底との間の摩擦係数は  $k$ 。大気圧は  $p_0$ 。栓と容器の器壁と

の間の摩擦は無視する。

1.151 密度  $\rho_0$  の水で満たされた底が斜面となっている容器に、密度  $\rho$  の金属製立方体が立っている。底に対する立方体の圧力を求めよ。立方体の上辺から水面までの距離は  $h$ 、底の傾斜面の水平となす角度は  $\theta$ 。容器の底と立方体の底面との間には水は流れ込まない。立方体の辺の長さは  $l$ 。

1.152 容器の底に、プリズムの側面を下にして、三角形のプリズムが立っている。容器に密度  $\rho_0$  の液体を注ぐ。その液面の水準はプリズムの上辺と等しい。容器の底に対するプリズムの圧力が 3 倍となるためには、プリズムの材料の密度はいかほどでなければならないか。プリズムの下には液体は流れ込まない。

1.153 水の入った直方体の容器の壁の 1 つは角材でできている。角材はプリズムの形状をしており、その側面は 2 等辺直角三角形の形状の断面をしている (図 1.153)。角材と角材と側面の間の摩擦はないものとし、角材が動くための容器の底と角材の間の最小の摩擦係数を求めよ。角材の長さ  $l = 20 \text{ cm}$ 、その質量  $m = 90 \text{ g}$ 、プリズムの頂角  $\alpha = 45^\circ$ 、水の高さ  $h = 1 \text{ cm}$ 、水の密度  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 。

1.154 容器の底の円形の穴が、底面の面積が  $S$  の円錐状の栓で閉じられている (図 1.154)。水を注ぎ、栓を浮かすには、栓の材料の最大密度はいかほどか。穴の面積は  $S_0$ 、水の密度は  $\rho_0$ 。表面張力は無視する。

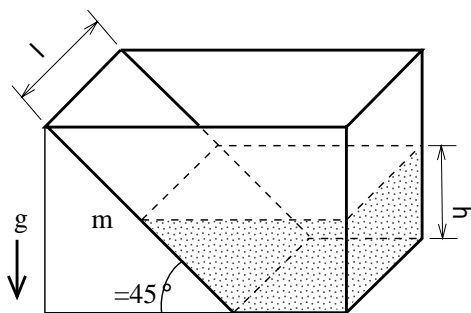


図 1.153

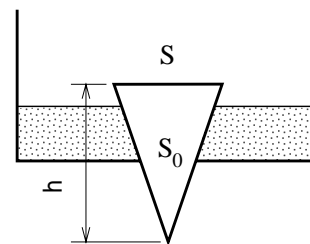


図 1.154

1.155 (1) 半径  $R$  で高さ  $h$  の円筒形状したアルミニウム板で、下を閉じられた半径  $r$  のパイプが、水中に深さ  $H$  沈んでいる (図 1.155)。パイプと板の軸間の距離が  $d$ 。水圧がパイプを板に押しつけている。板がパイプから離れるためには、パイプにどれだけの高さまで水を入れればよいか。水の密度は  $\rho_0$ 、アルミニウムの密度は  $\rho$ 。  
(2) アルミニウム板を木で置き換える。板が浮かび上がるためには、どれだけの高さまで、パイプに水を入れればよいか。

1.156 (1) 直角三角形の断面形状をしたアルミニウム製のくさび型板で、下を閉じられた半径  $r$  のパイプが水深  $H$  まで沈んでいる (図 1.156)。直角三角形の 2 辺の長さは図の如く、 $a$ 、 $b$ 。くさびの上面は一辺  $a$  の正方形で、パイプの軸はこの正方形の真ん中を通過している。水圧がくさびをパイプに押しつけている。くさびがパイプから離れるためには、パイプの中にどれだけの高さまで水を注げばよいか。水の密度は  $\rho_0$ 、アルミニウムの密度は  $\rho$ 。  
(2) アルミニウムのくさびを木に置き換える。木が浮かび上がるためには、どれだけの高さまで、パイプに水を入れればよいか。木の密度は  $\rho_0$ 。



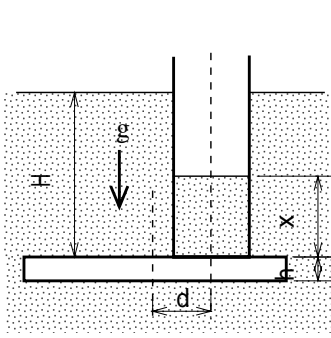


図 1 . 1 5 5

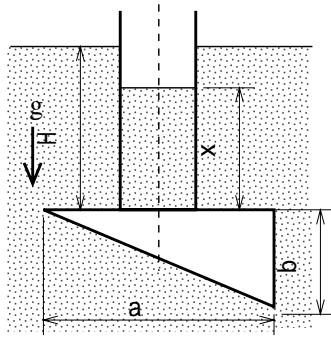


図 1 . 1 5 6

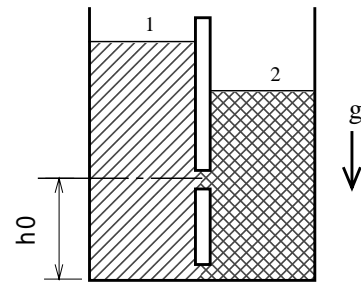


図 1 . 1 5 8

1 . 1 5 7 断面積が  $S$  である U 字型パイプに、密度  $\rho$  の液体を注ぐ。左側の間に、質量が  $m$  で密度が液体の密度よりも小さい物体を下ろして入れる。この物体は液体に自由に浮かぶことができる。とすると、右側の管の液面は、最初よりどれだけ上昇するか。毛管現象は無視する。

1 . 1 5 8 内壁を持った U 字型パイプで、密度  $\rho_1$  ,  $\rho_2$  の液体が平衡状態にある。これらの液体の分離境界は、パイプの底の中央にある ( 図 1 . 1 5 8 )。パイプの底から高さ  $h_0$  の内壁に、小さい穴が開き、液体が流れ込み始めた。密度  $\rho_2$  を持つ液体の入った管側では、流れ込みの後、液面はどの様に変化するか。パイプは細く、液体の混合は起こらないものとする。穴の開いた場所で、液柱が壊れるだけが可能である。

1 . 1 5 9 気圧計中の水銀を、圧縮性液体で置き換える。この液体の密度は、重力の作用の結果、深さ  $h$  で  $\rho = \rho_0 ( 1 + \beta h )$  の法則に従う。大気圧  $p_0$  では、この液柱の高さはどれだけか。

1 . 1 6 0 底面積  $S$  である円筒容器に、質量  $M$  の圧縮性液体を注ぐ。この液体の密度は、重力の作用の結果、深さ  $h$  で  $\rho = \rho_0 ( 1 + \beta h )$  の法則に従う。この容器に質量  $m$  の立方体を落とすと、液柱の高さはどれほど変化するか。この際、立方体は容器の底に横たわらないものとする。即ち、沈んだ状態で浮かんでいる。

1 . 1 6 1 水中から質量  $m = 2.40 \text{ kg}$  の丸太の端を、ゆっくりと引き上げている垂直に立っているロープの張力を、丸太が引き上げ中、常に半分だけ沈んでいるとして求めよ。即ち、丸太はその中心の周りに回転する。

1 . 1 6 2 水に半分まで沈んで、容器の底についている球がある。その様にするために、球にはそれに作用している重力の 3 分の 1 の力が加えられている。球の密度を求めよ。

1 . 1 6 3 天秤の棒の先に、同じ質量の 2 つの錘が吊されている。各々の錘を、密度  $\rho_1$  ,  $\rho_2$  の液体に沈めたとき、釣り合いが保たれる ( 図 1 . 1 6 3 )。錘の密度の関係を求めよ。

1 . 1 6 4 体積は等しいが、密度の異なる 2 つの球が、中央にジョイントのある棒の両端に固定してある。ジョイントは水面にあり、この時、1 つの球はその体積の 4 分の 3 だけ水に沈み、もう一方の球は 4 分の 1 だけ沈んでいる。軽い方の球の密度を  $\rho_1$  として、重い方の球の密度  $\rho_2$  を求めよ。水の密度は  $\rho_0$ 。

1.165 水の入った浴槽の底に、細いが重い長さ  $l$  の取っ手のついた半径  $r$  の球がある。取っ手は底に持たれている (図 1.165)。球が底についていられる、取っ手の最小の質量を求めよ。液体の密度は  $\rho_0$ 。

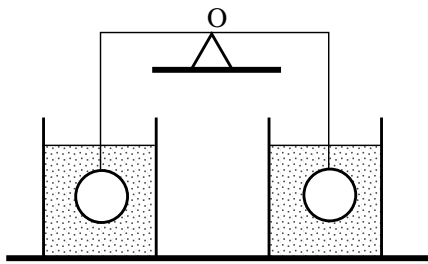


図 1.163

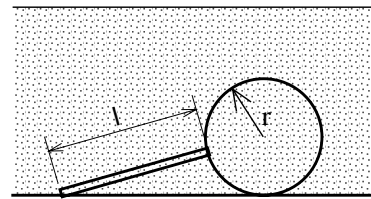


図 1.165

1.166 質量  $m$ 、半径  $r$  の球が完全に液体中に沈み、長さ  $l = r$  の糸で滑らかで垂直な壁に取り付けられている。球を放つと、浮かび上がり、半分だけ液体中に沈む。固定されていたとき、球は壁にどれだけの力を及ぼしていたか。

1.167 水中に半分沈んでいて、底まで達していない質量  $m$  の棒は、円筒形容器の器壁をどれだけの力で押しつけているか。棒の水平に対する角度は  $\theta$ 。摩擦は無視する。

1.168 採石  $V$ 、材料の密度  $\rho_1$  の三角プリズムが、密度  $\rho_2 (> \rho_1)$  の液体に沈んでいる (図 1.168)。壁づたいに、液体の薄い層に沿って滑るように、プリズムは一定の速さで浮かび上がっている。壁の水平に対する傾斜角度は、プリズムの頂角  $\alpha$  に等しい。運動における抵抗力を求めよ。プリズムの基台の角度は  $90^\circ$ 。

1.169 同じ半径  $R = 1 \text{ cm}$  の 2 つの球があり、1 つはアルミニウム、もう 1 つは木でできており、長い糸で連結され、一定の速さで水中をゆっくりと沈下している (図 1.169)。各々の球に作用している水の抵抗力を求めよ。アルミニウムの密度は  $\rho_1 = 2700 \text{ kg/m}^3$ 、木の密度は  $\rho_2 = 500 \text{ kg/m}^3$ 、水の密度は  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 。自由落下の加速度は  $g = 10 \text{ m/s}^2$  とみなす。

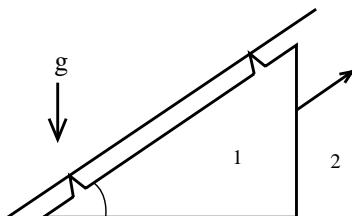


図 1.168

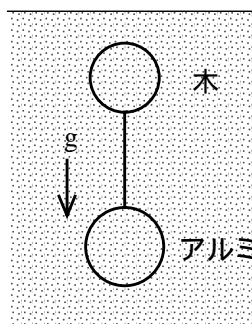


図 1.169

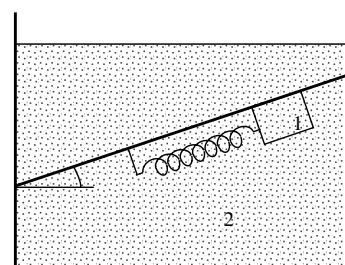


図 1.170

1.170 密度  $\rho_1$  の立方体が重さのないバネで、斜面上で釣り合いの状態にある。斜面の傾斜角度は  $\theta$ 、液体の密度は  $\rho_2 (> \rho_1)$ 。壁と立方体との間には薄い液体の層がある。バネの長さを求めよ。なを、このバネの長さは、錘を付けないとき  $l_0$ 、バネに立方体を吊るし、液柱に沈めたときのバネの長さは  $l$  である。

1.171 水で満たされた半径  $R$  の円筒容器を、その軸の周りの角速度  $\omega$  で回転する。容器の底には、半径  $r$  ( $r < R/2$ )、密度  $\rho$  の球がおいてある。球は円筒容器の側壁に、どれだけの力で押されるか。円筒容器の軸は垂直であり、水の密度は  $\rho_0$ 。

1.172 密閉された円筒容器が、その体積の  $4/3$  まで、水で満たされている。この容器を、中心部に円柱が形成されるように、軸の周りに回転する。水には、長さ  $AB = l$  の細い棒が、その長さの  $3/2$  だけ水中に沈めて浮かんでいる (図 1.172)。棒の密度を求めよ。円筒の半径は  $R$ 、棒の長さ  $l < 3R/4$ 、水の密度は  $\rho_0$ 。重力は無視する。

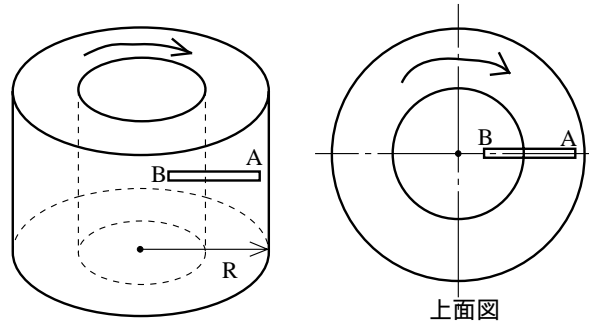


図 1.172

1.173 水面に、正方形の断面をした木の角材が浮かんでいる。その密度は  $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$ 。図 1.173 に示している 2 つの状態のうちのどちらが安定か、それは何故か。

1.174 円筒形の缶に高さ  $h$  まで氷の破片が入っている。破片の間隙はスースーしており、最初は空気で満たされている。氷の破片は、体積の  $60\%$  を占めている。氷が溶け始めるが、氷とそれらの間隙との間の体積関係は不変に保たれる。氷の  $70\%$  が溶けたとき、缶内の水の高さを求めよ。厚氷の密度  $\rho_{\text{ice}} = 900 \text{ kg/m}^3$ 、水の密度  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 。

1.175 長さに比べて直径の充分に小さいパイプを、半径  $r$  のリングに曲げ、油の塊が入っているパイプの最下点 (A 点) の微小領域を覗いて、全てを水で満たす (図 1.175)。リングの面は垂直である。最初、油の塊は B 点の方向に浮かび上がっていく。油の塊が、B 点近傍を通過するときの油の塊の速さを求めよ。角度  $\angle AOB = 135^\circ$ 、油の密度は  $\rho_{\text{oil}}$ 、水の密度は  $\rho_0$ 、油の塊の長さ  $l \ll r$ 。パイプの壁との摩擦は無視する。油の塊は水を通り抜けさせないとする。

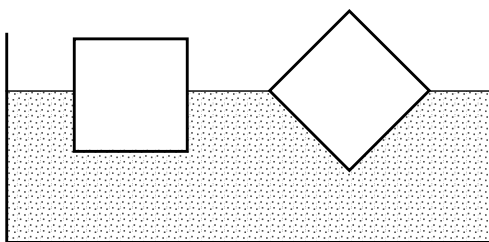


図 1.173

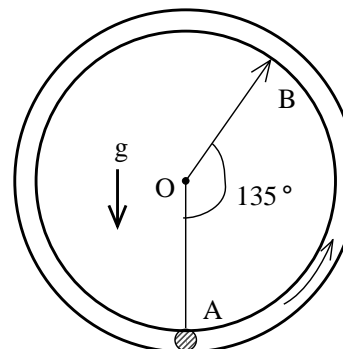


図 1.175

1.176 一定の断面積をしたU字管の中で、密度  $\rho$  の液体が振動している。液体は管の内長さ  $l$  の部分を占めている。右側の管中の液面が、左の管中の液面より高さ  $h$  だけ高いとき、右側の管の垂直部分で深さ  $H$  における圧力を求めよ。

1.177 噴水の水流は、ポンプのパイプの出口から、高さ  $H$  まで上昇する。このパイプの出口に、直径が同じで、高さ  $h$  ( $< H$ ) のパイプを接続する(図1.177)。補助パイプを接続した後、接続したパイプと、それから飛び出す水流の高さの総和が  $H$  に等しくとどまるためには、ポンプのパワーは何倍に変化させなければならないか。パイプの器壁との摩擦による水のエネルギーの損失は無視する。

1.178 質量  $m$  の角材が、断面積  $S$  の穴から、垂直上方に流れ出る  $n$  本の水流で、空中に保持されている。穴からで水の速さは  $v$ 。角材に達した後、水は水平方向に角材から離れ飛ぶとする。角材は穴からどれだけの高さに保持され続けるか。水の密度は  $\rho_0$ 。

1.179 半径  $R$  の垂直のパイプに、密度  $\rho_1$  の液体が満たされ、パイプの軸に沿って、半径  $r$ 、長さ  $l$  ( $\gg R$ ) の円形の棒が浮かんでいる(図1.179)。棒の密度は  $\rho_2$  ( $< \rho_1$ )。端末効果と摩擦は無視し、棒は最初は静止していたものとして、進んだ距離に対する棒の速さと加速度を求めよ。

1.180 断面積が変化している短いパイプ中に、密度  $\rho$  の粘性のある非圧縮性液体の時間による変化のない流れがある。断面  $1$ 、 $2$  におけるパイプの断面積は各々  $S_1$ ,  $S_2$ 。液体の速さは断面に沿って一様とみなす。断面  $1$  と  $2$  のパイプの境界部分に液体の作用する力、ここで単位時間当たりが発生する熱量を求めよ。断面  $1$  における液体の圧力と速さは  $p_1$  と  $v_1$ 、断面  $2$  での圧力は  $p_2$ 。

1.181 ??? 半径  $r$  のパイプが、密度  $\rho_1$  の多孔質の媒質で満たされている。パイプの中を動く重さのないピストンに力  $F$  を作用し、媒質を密度  $\rho_2$  まで濃縮する。濃縮が跳躍的に行われるとすれば、ピストンはどれだけの速さで動くか。片方が  $\rho_1$ 、他方が  $\rho_2$  である面  $S$  はある速度で移動する。

1.182 U字管に、異なった密度の2つの液体を注ぐ。液体の分離線はパイプの最下点から始まる。右側の管中の液の高さは  $h_1$ 。最初、右側の管中にある液体の高さを、釣り合いの位置から相対的に、距離  $h_0$  だけ沈めたとき、液体の最大速度を求めよ。摩擦は無視する。

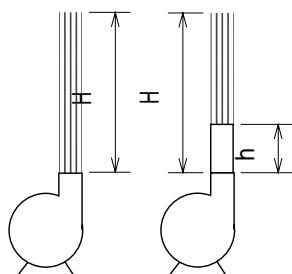


図1.177

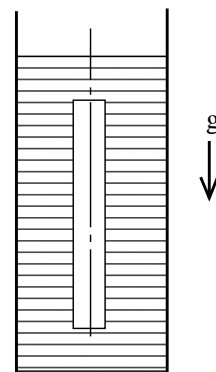


図1.179

## 第2章 熱現象

### 第1節 気体の法則。熱拡散

2.1 断面積  $S$  の2つのカバーが、円筒容器の両脇の蓋となっている。容器内の空気は排除され真空状態である。両脇の蓋を、16匹の馬で引っ張る。蓋が開いた瞬間の馬たちの加速度  $a$  を求めよ。大気圧は  $p_0 = 1$  気圧、1匹の馬の質量は  $m = 1000$  kg。

2.2 図2.2に示しているように、薄い2重の壁からできた円筒容器を、上からゆっくりと密度  $\rho$  の液体を注ぎ、縁まで一杯満たす。容器の高さは  $H$ 、底の全面積は  $S$ 、内側の円筒の断面積は  $S/2$ 。内側の円筒と底の間には狭い間隙がある。容器内の液体の質量を  $m$  として、大気圧  $p_0$  の値を求めよ。容器の壁は良好な熱伝導体である。液体の飽和蒸気圧は大気圧と比較して小さい。

2.3 質量  $m$  の重いピストンを、垂直に立っている口の開いた円筒容器内に差し込む。容器の断面積は  $S$  で、これはピストンの面積に等しい。初期状態での円筒内の内圧は大気圧に等しいとする。ピストンを離す。ピストンの速さが最大になった瞬間での容器内の圧力を求めよ。大気圧は  $p_0$ 、摩擦は無視する。

2.4 2つの半球が結合して球を形成している。結合部分を赤道とする。内部の空気は一部排気されて、極の部分で吊されている。質量  $M$  の錘を反対の極の部分に吊り下げると、半球が剥がれた。では、余計な錘を付けしないで、半球を分離させるためには、球内の空気を幾らの温度まで加熱しなければならないか。

各々の半球の質量は  $m$ 、外半径は  $r$ 、大気圧は  $p_0$ 、大気と球の初期温度は  $T_0$ 。球の熱膨張は無視する。

2.5 蓋の開いている円筒容器に、不揮発性の液体を注ぐ。温度  $t_0 = 0$  のとき、容器の底の圧力は  $p_0$ 。容器の材料の線膨張率を  $\alpha$  として、温度  $t$  の時の容器の底での圧力  $p$  を求めよ。液面は常に容器の縁以下にあるものとする。

2.6 長さの基準器である装置（図2.6）の中心棒  $C$  と外枠  $A$  は、線膨張率  $\alpha_1$  を有している。それらの長さは  $20$  cm で同じであり、 $1$  m である。内部のパイプ  $B$  の線膨張率は  $\alpha_2$  である。熱膨張は基準器の全長  $ED$  を変化させないためには、パイプ  $B$  の長さ  $L$  をどのように設定しなければならないか。

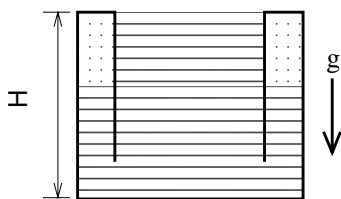


図2.2

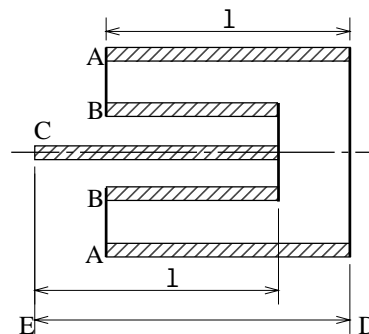


図2.6

2.7 水平と角度  $\theta = 30^\circ$  傾いた屋根の上に、質量  $m$  の鉛板が横たわっている。屋根に対する鉛の摩擦係数  $k = 0.7$  ( $k > \tan \theta$ )。温度  $t_1 = 10$  °C の時、鉛板の長さは  $l = 1$  m。一昼夜で、鉛板の温度が最高温度  $t_2 = 20$  °C まで上昇し、そして  $t_1$  まで下降する。加熱及び冷却における板の不動点の位置を求めてから、安定した  $n = 30$  昼夜間

での鉛板のずり落ちる距離を求めよ。鉛の線膨張率は  $\alpha = 3 \times 10^{-5} / K$ 。

2.8 断面積  $S$  の片方の端が、半田付けされた水平のパイプに、半田付けされた端から距離  $l$  の位置に質量  $m$  のピストンがある。パイプの他方の端は開放してある。ピストンの両側には空気があり、その圧力は  $p_0$ 。半田付けした端を通る垂直軸の周りに、パイプを角速度  $\omega$  で回転する。ピストンは半田付けした端からどれだけの距離に位置するか。空気の温度は一定とし、摩擦は無視する。

2.9 水銀が満たされているパイプ製気圧計の半田付けした上側に、大気圧  $p_0$  の空気を体積  $V$  だけ下から入れる (図 2.9)。パイプの長さは  $H$ 。パイプの上端からどれだけの距離  $h$  に、水銀の柱は下がるか。パイプの断面積は  $S$ 、水銀の密度は  $\rho$ 。

2.10 両端を開放した円筒容器内のピストン A と B の間に理想気体がある (図 2.10)。ピストン B の上に、密度  $\rho$  の液体があり、容器の上部を満たしている。液柱の高さは  $H_1$ 。ピストン B の上の液柱の高さを  $H_2$  とするためには、ピストン A をどれだけ上方に動かさなければならないか。この際、気体の温度は一定とする。ピストン間の間隔は初期には  $h$ 。大気圧は  $p_0$ 。ピストン B と容器の壁との間の摩擦は無視する。

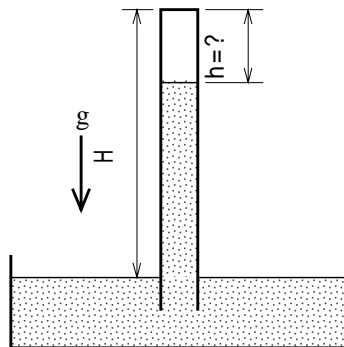


図 2.9

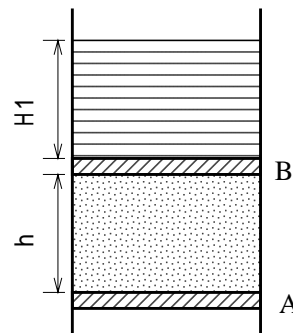


図 2.10

2.11 水平の仕切で真ん中で仕切られた高さ  $2h$  の容器は、上の部分には水を、下の部分には大気圧の空気を保持している。水が下方に流れ出すように、仕切に小さい穴を開ける。空気が穴から上部に漏れ始めるとき、容器の下の部分の水の層の厚さはどれだけか。水の密度  $\rho$ 、空気の温度は一定とみなす。

2.12 高さ  $h$  の密閉された円筒容器に、上部の蓋の部分から、容器の底近くまで垂直に長さ  $l$  の細い器壁のパイプを立てる。最初、パイプから空の容器に水を注ぐ。パイプが水で一杯になったとき、容器内の水の高さを求めよ。大気圧は  $p_0$ 、水の密度は  $\rho$ 。パイプと容器の上蓋との接合は密閉している。表面張力は無視する。

2.13 高さ  $H$ 、底面積  $S$  と  $S/2$  の密閉された円筒容器 A, B が垂直に立っている。これらの容器は、底面積が  $3S$  で蓋のない広い円筒容器 C の底に固定されている (図 2.13)。A と B の上部はパイプで接続し、底の部分では、3つの容器は細い導管で互いに接続している。最初、容器 A の底の穴を塞ぎ、てっぺんまで水で満たす。容器 A の穴を開けた後、容器 C での水の高さを求めよ。大気圧  $p_0$ 、水の密度は  $\rho$ 、温度は一定、パイプ、導管、容器の壁の体積は無視する。

2.14 真空中に、薄い外壁の半径  $R_1$  の気体の入った風船がある。その風船の内部には、同じように気体の入った第2の半径  $R_2$  の風船が入っている。外側の風船を割る。気

体の温度は一定として、内側の風船の半径を求めよ。第 1 の風船は、その内部にその半径に逆比例する圧力を作るものとみなす。

2.15 空気の入った細長い試験管が水平に置かれ、水銀液滴が底から距離  $l_1$  のところにある。試験管の空いた口を上方にすると、液滴は底から距離  $l_2$  の所に位置する。試験管を回転し、底を上にすると、液滴は試験管の底からどれだけの距離に位置するか。空気の温度は一定とみなす。

2.16 垂直に置かれ、両端を密閉した細いガラス管 A B C D E F の A B と C D の部分に空気が、B C と D E の部分には水銀が入っている。E F の部分は真空である（図 2.16）。各部分の長さは同じである。下の点 A での圧力は  $p_0$ 。F 点が下になるように、管を注意深く回転する。F 点での圧力はどうなるか。空気の温度などは一定とする。

2.17 空気の入った U 字管に、各々の質量が  $m$  のピストンが、同じ高さ  $h$  に取り付けられている（図 2.17）。左側の肘部分の断面積は  $2S$ 、右側の肘部分と下の部分の断面積は  $S$ 。下部の長さは  $3h$ 。管中の空気圧は大気圧の  $p_0$  に等しい。ピストンを放す。ピストンが安定する高さを求めよ。ピストンはパイプの垂直部分だけを動かすことができる。空気などの温度は一定とする。

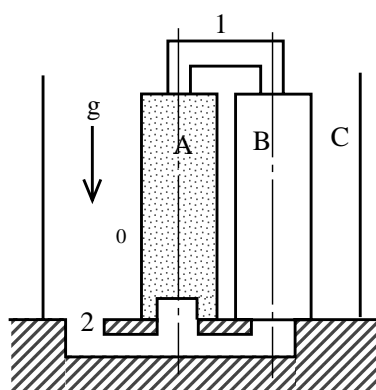


図 2.13

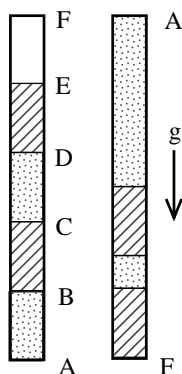


図 2.16

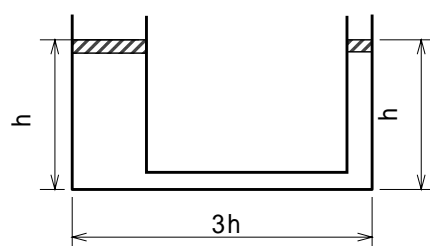


図 2.17

2.18 不透製の壁でできた長方形の容器が、軽いピストンで左右に分割されている。左には水銀、右には空気。最初、ピストンは釣り合いの状態にあり、容器の左右を等しい長さ  $l$  で分割している。温度をケルビン単位で 3 倍上昇させると、ピストンは右側にどれだけ動くか。水銀と容器の熱膨張、摩擦はともに無視する。

2.19 空気が満たされたシリンダー容器の底とピストンの間に、栓で閉じられた穴のついた隔壁が固定されている。隔壁と容器の底との間の空気圧は  $p_1$ 。隔壁の両側の空気の質量は等しい。ピストンを動かし、隔壁の両側の空気圧差が  $p$  に等しくなったとき、栓が飛ぶ。この瞬間ピストンは停止する。容器内の圧力  $p_2$  を求めよ。空気の温度は一定とみなす。

2.20 垂直に立っているシリンダ容器に、空気が満たされ、2 つの薄く同じ重さのピストンが釣り合い状態にある。ピストン同士の間隔と、下のピストンから容器の底までの間隔は等しく、 $l = 10 \text{ cm}$  である。ピストン間の圧力は大気圧  $p_0$  の 2 倍に等しい。上のピストンが下のピストンの位置に達するように、上のピストンに圧力を加える。そうすると、下のピストンは容器の底からどれだけの所に位置するか。空気の温度は一定とみなす。

す。摩擦は無視する。

2.2.1 気密性を保って水平に接続されたピストン入りの2つのシリンダ容器がある。ピストンは非伸縮性の軸で接続している(図2.2.1)。ピストンの間と底の部分には空気があり、圧力は大気圧 $p_0$ である。ピストンの面積は $S_1$ 、 $S_2$ 。ピストン間の最初の体積は $V_0$ 。隔壁Aの部分の圧力を $p$ まで高めると、ピストンはどれだけ移動するか。空気の温度は一定とみなす。摩擦は無視する。Bの部分の圧力は大気圧で一定である。

2.2.2 固定された2つのシリンダ容器が、パイプで接続されている(図2.2.2)。各々のシリンダの断面積は $S_1$ 、 $S_2$ 。シリンダをピストンで閉鎖し、ピストンの間をしっかりと接続する。ピストンで制限された気体は、最初は $V$ に等しく、系の内圧は外部の大気圧 $p_0$ に等しい。その後、外圧を $p$ まで変化させる。ピストンはどれだけ移動するか。気体の温度は一定とみなす。摩擦は無視する。

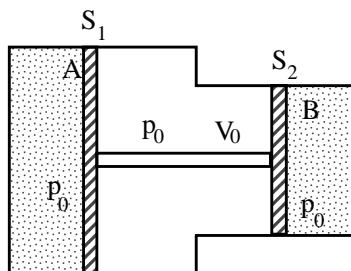


図2.2.1

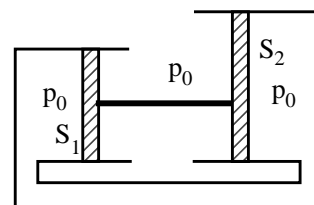


図2.2.2

2.2.3 2つの接続した密閉されたシリンダ容器内に、同じ温度の理想気体が入っている(図2.2.3)。シリンダの断面積は異なり、ピストンで閉じられている。ピストンは棒で連結され、釣り合いの位置にある。ピストンの間は真空である。容器の底からピストンまでの間隔は同じである。シリンダ内部の気体の温度を変化させると、ピストンと底の間隔の半分だけ、ピストンは右側に動いた。気体の温度の関係を求めよ。

2.2.4 断面積が $S$ の表面がざらざらしたパイプに、栓を差し入れ、棒で栓を、棒の全長分だけ内部に押し込む。2番目、3番目の栓も同様にして押し込む。結果として、1番目の栓がパイプの左端から棒の長さの2倍の距離にあったとき、パイプの壁と栓の間の摩擦力を求めよ(図2.2.4)。大気圧は $p_0$ 、空気の温度は一定とみなす。栓の厚さは無視する。

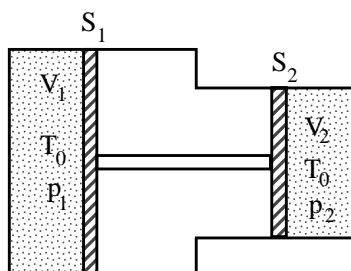


図2.2.3

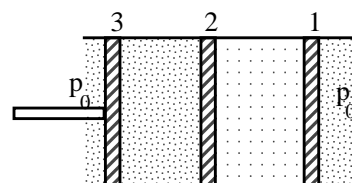


図2.2.4



2.25 断面積  $S$  のパイプが水平に固定され、2つのピストンが入っている（図2.25）。最初は、左側のピストンは、バネ定数  $k$  の変形していない（自由長にある）バネで壁と接続している。ピストン間の気体の圧力は大気圧  $p_0$  に等しく、右側のピストンからパイプの右端までの間隔はピストン間隔に等しい。右側のピストンをゆっくりと、パイプの右端まで引き抜く。その状態を維持するためには、ピストンにどのような力を加えなければならないか。気体の温度は一定とみなす。摩擦は無視する。

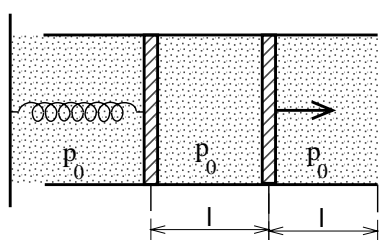


図2.25

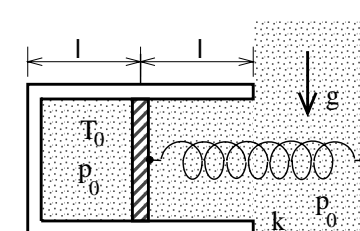


図2.26

2.27 垂直に置かれた断面積  $S$  の上部の開いた円筒容器に、底から高さ  $h$  の所に、質量  $m$  のピストンがある。ピストンはモル質量  $\mu$  の圧縮された気体で保持されている。気体の温度は  $T$ 、大気圧は  $p_0$ 。容器中の気体の質量を求めよ。摩擦は無視する。

2.28 ヘリウムで満たされた気球の浮力を求めよ。ヘリウムの質量は  $m$ 。外皮の内部と底での圧力と温度は同じ。ヘリウムのモル質量は  $\mu$ 、空気のモル質量は  $\mu_a$ 。自由落下の加速度は  $g$ 。外皮の質量は無視する。

2.29 断面の変化するパイプの中を空気が吹き抜ける。入り口の穴の面積は  $S_1$ 、出口は  $S_2$ （図2.29）。入り口で空気の速さは一定で  $v_1$ 、温度は  $T_1$ 、圧力は  $p_1$ 。出口では、温度  $T_2$ 、圧力  $p_2$ 。出口での空気の速さを求めよ。

2.30 モル質量  $\mu$  で、温度  $T$  の気体で満たされた閉じられた円筒容器があり、その容量は  $V$ 。容器の自由落下において、容器の底での気体の圧力は  $p$ 。容器が静止しているとき、底と天井との圧力差を求めよ。定常状態、即ち、圧力  $p_0$ 、温度  $T_0$  で、気体のモル体積は  $V_0$  とする。

2.31 垂直に置かれた閉じられた円筒容器内に、質量  $m$  のピストンで、2つに分けられてきた気体が入っている。ピストンの下の気体の質量は、ピストンの上の気体の質量より  $n$  倍大きい。円筒容器の底の面積は  $S$ 。釣り合いの状態、ピストンは容器の中央に位置し、両側での気体の温度は等しい。各々の部分での気体の圧力を求めよ。摩擦及び気体に作用する重力は無視する。

2.32 長さ  $2L$ 、断面積  $S$  の閉じられたパイプの中央に、ピストンが位置している（図2.32）。ピストンの左側と右側には、同じ圧力だが、異なった種類の気体が入ってい

る。ピストンが片方の気体には透過性を持っているならば、ピストンはどれだけの距離移動するかピストンとパイプの間の摩擦は  $F$ 。気体の温度は一定とみなす。

2.33 垂直に配置され、密閉された円筒容器（高さ  $2h$ 、底の面積  $S$ ）に、質量  $m$  の重いピストンが入っている。最初、ピストンは容器の体積を 2 等分して釣り合っている。ピストンの上部には圧力  $p_{He}$  のヘリウムが、下には酸素が入っている。ピストンはヘリウムは透過するが、酸素は透過しない。一定の時間たつと、ピストンは上に移動し、新しい釣り合いの状態となる。ピストンの移動距離を求めよ。気体の温度は一定、摩擦は無視する。

2.34 皿に、 $m = 30\text{ g}$  の水を注ぐ。水の上に、薄い器壁でできている暖めた円筒のコップを、逆さにして配置する。コップの温度が、周りの空気の温度  $T = 300\text{ K}$  まで下がった時点で、水前部がコップの中に吸い込まれるためには、コップの温度を最低何度まで加熱しておかなければならないか。大気圧は  $p_0 = 100000\text{ Pa}$ 、コップの断面積は  $S = 20\text{ cm}^2$ 、高さは  $H = 10\text{ cm}$ 、水の密度は  $\rho = 1\text{ g/cm}^3$ 。重力加速度は  $g = 10\text{ m/s}^2$  とみなす。蒸発現象、表面張力、コップの膨張などは無視する。

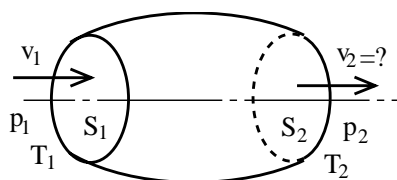


図 2.29

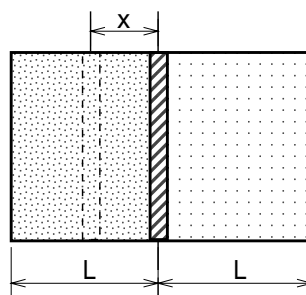


図 2.32

## 第 2 節 蒸気

2.35  $t_{01} = 90$  の水に、白熱した白金屑を投げ入れる。沸騰の停止後、水面の高さが最初と同じに保たれた。白金屑の最初の温度  $t_{02}$  を求めよ。

水の比熱は  $c_1 = 4.19 \times 10^3\text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 、水の蒸発熱は蒸発温度  $t_p = 100$  の時、 $r = 2.26 \times 10^6\text{ J/kg}$ 、白金の密度は  $\rho_2 = 21.4 \times 1000\text{ kg/m}^3$ 、白金の比熱は  $c_2 = 128\text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 。加熱中における水の密度の変化は無視する。

2.36 熱交換機はパイプからできており、その内部に蛇管が入っている。蛇管に、1 秒間に  $1\text{ kg}$  の水蒸気が入り込む。即ち、 $t_1 = 100$  で、 $q_1 = 1\text{ kg/s}$  の蒸気の流量。蒸気に対して、 $q_2 = 10\text{ kg/s}$  の流量の水が流れる。入り口での水温  $t_2 = 20$  として、熱交換機での出口での水の温度を求めよ。

水の気化熱は  $r = 2.23 \times 10^6\text{ J/kg}$ 、水の比熱は  $c = 4.19 \times 10^3\text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ 。

2.37 容量  $V_0 = 1.1$  リットルの密閉容器の中に、質量  $M = 100\text{ g}$ 、温度  $100$  の熱湯と蒸気が入っている。蒸気の質量を求めよ。  
水の密度は  $\rho_0$ 。容器中には空気はないとみなす。

2.38 蒸気釜が、温度  $t_1 = 100$  の水と、空気と飽和蒸気で満たされている。釜

の内部の初期の圧力は  $p = 3 p_0 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。釜の温度を  $t_2 = 10$  まで下げたとき、釜の内部の圧力を求めよ。  $10$  での水の飽和蒸気圧は無視する。

2.39 円筒が、水の入った開放容器内の壁に逆さまに固定されている（図 2.39）。円筒の上部は空気で満たされており、その圧力は大気圧に等しい。円筒の底の高さは、水面から  $h = 1 \text{ cm}$ 。水の温度は  $t_0 = 0$ 。空気と水を  $100$  まで（水を沸騰まではさせない）加熱したならば、円筒中の水面はどれだけ移動するか。水及び円筒の熱膨張、 $t_0 = 0$  での水の蒸気圧は無視する。容器は大きい。

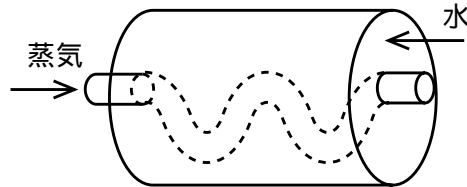


図 2.36

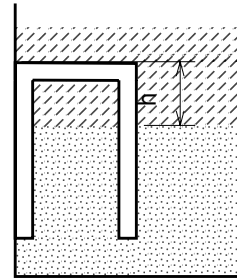


図 2.39

2.40 容器内の水面の上に、ピストンで  $p_1 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$  まで圧縮された空気がある。ピストンから水面までの距離と空気の層の厚さは同じで  $h = 2 \text{ cm}$ 。空気と水の温度は  $t_1 = 6$ 。水の入った容器を、 $t_2 = 100$  まで加熱すると、ピストンは水面からどれだけの所に位置するか。 $t_1$ での水蒸気圧及び摩擦は無視する。

2.41 ピストンのついた円筒容器内に、温度  $T$ 、圧力  $p$  の体積  $V = 1$  モルの水蒸気が入っている。この温度における飽和水蒸気圧は  $2 p$  に等しい。体積が  $4$  分の  $1$  になるように、ピストンを動かす。温度は変化しないものとして、凝縮した水の質量を求めよ。水のモル質量  $\mu = 0.018 \text{ kg / モル}$ 。

2.42 両側面が閉じられた水平にあるパイプの中間に、ピストンがある。ピストンの左右には、圧力  $p$  の蒸気があり、圧力  $2 p$  で凝結する。パイプを垂直に立てる。これにより、ピストン下の体積は  $4$  分の  $1$  になる。ピストンの面積を  $S$  として、ピストンの重さを求めよ。摩擦は無視できるほど小さい。両隔室の温度は同じであり、一定である。

2.43 円筒型パイプで、閉じた端面から距離  $l$  と  $2 l$  の位置に2つのピストンがある。これらは摩擦がなく動くことができる（図 2.43）。左側には圧力  $p$  の水蒸気が、右側には同じ圧力の空気が入っている。水の飽和蒸気圧は  $2 p$  である。右側のピストンをゆっくりと距離  $l$  だけ動かす。左側のピストンはどれだけ動くか。水蒸気と水の温度は一定とみなす。

2.44 空気と飽和水蒸気の入った長さ  $l$  の試験管が、開放端を水面に接している（図 2.44）。試験管を半分だけ水に沈める。試験管中の水面の高さが  $h$  となった。水の飽和蒸気圧を求めよ。水蒸気と空気の温度は一定とみなす。大気圧は  $p_0$ 、水の密度は  $\rho$ 。

2.45 水の入った容器を閉じているピストンをどれだけ高く引き上げれば、容器内の水が全部気化するか。水の層の厚さは  $h$ 、水の密度は  $\rho$ 、水のモル質量は  $\mu$ 、水の飽和蒸気圧は  $p$ 。水と蒸気の温度  $T$  は一定に保つ。容器内に空気はない。

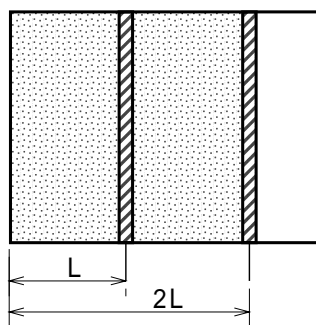


図 2 . 4 3

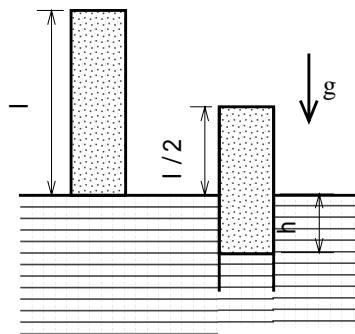


図 2 . 4 4

2 . 4 6 温度  $T$  の円筒容器内にピストンの上部に、飽和蒸気がある。ピストンを等温過程で押し込むことで凝縮する蒸気の質量を求めよ。この際の仕事を  $A$  とする。蒸気のもル質量は  $\mu$ 。

2 . 4 7 温度  $T$  の円筒容器内のピストンの下に飽和蒸気がある。ピストンの等温圧縮において、熱量  $Q$  が発生した。この過程での全仕事を求めよ。蒸気のもル質量は  $\mu$ 、水の気化熱は  $h$ 。

### 第 3 節 熱過程図。熱過程におけるエネルギー保存法則

2 . 4 8 理想気体が  $p - v$  座標系に表示 ( 図 2 . 4 8 ) された過程状態 1 2 3 4 1 を行う。この過程を、 $p - T$  座標系で描写せよ。

2 . 4 9  $p - T$  座標系で、1 もルの気体のサイクル過程図が、長方形  $A B C D$  を形成している。ここで、辺  $B C$  と  $A D$  は圧力  $P_1$  ,  $P_2$ 、辺  $A B$  と  $C D$  は温度  $T_1$  ,  $T_2$  である。気体の最大体積と最小体積を求めよ。気体定数は  $R$  とする。

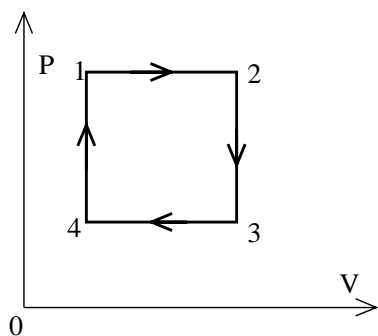


図 2 . 4 8

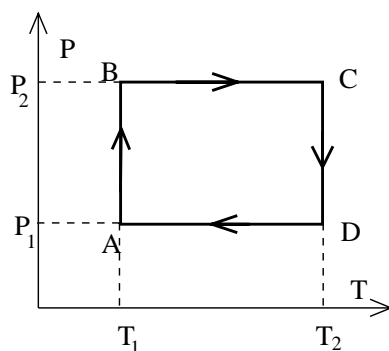


図 2 . 4 9

2 . 5 0 1 もルの理想気体が、 $p - T$  座標系で描写されている状態 1 2 3 4 1 の順次過程を行う ( 図 2 . 5 0 )。ここで、 $T_1 = T_3 = 2 T_0$ 、 $T_4 = T_0$ 、 $T_2 = 4 T_0$ 、 $p_1 = p_2 = 2 p_0$ 、 $p_3 = p_4 = p_0 / 2$  である。この 1 サイクルで気体のなす仕事  $W$  を求めよ。

2.51 1モルの理想気体が図2.51に描写された  $p - V$  座標系で過程を行う。直線部分 1 - 2 と 3 - 4 の延長線は座標の原点を通過し、曲線部 1 - 4 と 2 - 3 は等温である。この過程を  $T - V$  座標系で描写し、体積  $V_1$  と  $V_2 = V_4$  が概値として、 $V_3$  を求めよ。

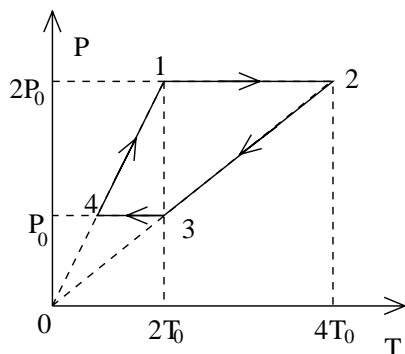


図 2.50

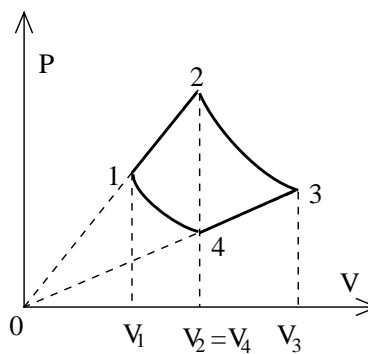


図 2.51

2.52 内部エネルギー  $U = cT$  である 1モルの気体が図2.52で描写している過程を行う。気体は順次 1 → 2 → 3 を経由する。この過程で、気体に吸収される熱量  $Q$  を求めよ。体積  $V_1$ 、 $V_2$ 、及び圧力  $P_1$ 、 $P_2$  は概値とする。

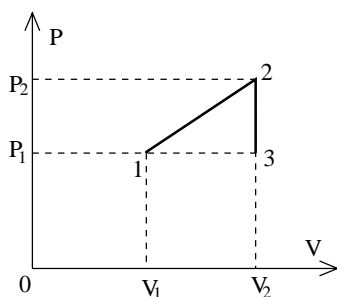


図 2.52

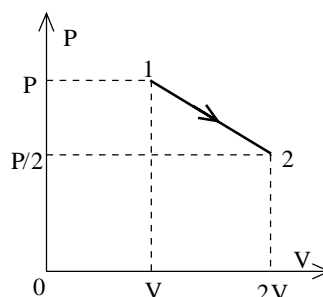


図 2.53

2.54 内部エネルギー  $U = (3/2)RT$  の 1モルの理想気体を最初は加熱し、続いて冷却する。 $P - V$  状態図で閉サイクル 1 → 2 → 3 → 1 で、1 - 2、3 - 1 は直線部分であり、各々  $P$  軸と  $V$  軸に平行である。2 - 3 は等温線である。冷却過程において、気体から放出される熱量  $Q'$  を求めよ。状態 1 での気体の圧力と体積は  $P_1$  と  $V_1$ 、状態 2 での気体の圧力は  $P_2$  である。

2.55 両端が閉じている断熱性円筒容器が質量  $M$  のピストンで仕切られている。ピストンの両側には 1モルの気体が入っており、その内部エネルギーは  $U = cT$  である。気体と容器の合計質量は  $m$ 。短時間の衝撃で、ピストンの軸方向に速さ  $v$  を与える。ピストンの動きが静まったとき、気体の温度はどれだけ変化しているか。ピストンと容器との摩擦、ピストンの熱容量は無視する。

2.56 長い密閉したパイプ中に、質量  $m$  のピストンが 2 つあり、それらの間に理想気体が入っている。理想気体の質量はピストンの質量に比較して十分に小さい。パイプの他の部分は真空である。最初、右側のピストンは速さ  $v$ 、左側のピストンは速さ  $3v$  を有していた (図 2.56)。パイプの壁とピストンは熱不導体であるとして、気体の最高温度を求めよ。最初、気体の温度は  $T_0$ 。1 モルの気体の内部エネルギーは  $U = c T$ 。摩擦は無視する。

2.57 垂直に立っている滑らかな円筒容器内に、重さのない面積  $S$  のピストンがあり、大気圧  $P_0$ 、温度  $T_0$  の空気が入っている。容器の内部は、小さい穴の開いた固定された水平の仕切で、2 つの同じ体積に分割されている。ピストンの上に、質量  $m$  の錘を載せる。その作用により、ピストンはゆっくりと仕切まで沈む。壁とピストンは熱を伝えないものとして、容器内部の空気の温度を求めよ。気体 1 モルの内部エネルギーは  $U = c T$ 。

2.58 2 つのフラスコが栓付きのパイプで連結され、栓は閉じている。フラスコ内には同じ温度  $T_1 = T_2$  であるが、異なった圧力の空気が入っている。栓を開けた後、空気の一部は片方のフラスコから、他方に移る。時間が経過すると、両方の圧力は等しくなる、気体同士の動きは停止し、フラスコの方の温度が  $T_1$  となる。この時、他方のフラスコ内の気体の温度はどうなるか。空気 1 モルの内部エネルギーは  $U = c T$ 。連結パイプの体積は無視する。壁との熱交換は考慮しない。

2.59 断面積が  $S$  の垂直に立っている円筒容器内に、質量  $m$  のピストンがあり、その下に気体が入っている。気体は仕切により、2 つの同じ体積に分割されている。容器の下の部分の気体の圧力は  $P$ 、外部の圧力は  $P_0$ 、容器内の 2 つの部分の気体の温度は同じで  $T$ 。仕切を取り外すと、ピストンはどれだけ移動するか。1 モルの気体の内部エネルギーは  $U = c T$ 。容器の 2 つの部分の高さは  $h$ 。容器の壁とピストンは熱を伝えない。摩擦は無視する。

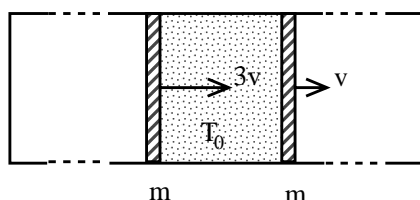


図 2.56

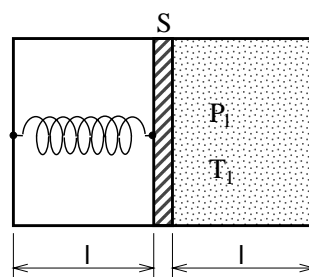


図 2.60

2.60 長さ  $2l$ 、断面積  $S$  の熱絶縁材料で密閉された円筒容器の真ん中に、ピストンが取り付けられている (図 2.60)。容器の右半分には温度  $T_1$ 、圧力  $P_1$  の気体が入っている。左側は真空である。ピストンは左側の端面に、バネ定数  $k$  のバネで接続されている。ピストンを放したとき、達成さる気体の温度  $T_2$  を求めよ。バネの自然長は  $2l$ 、気体 1 モルの内部エネルギーは  $U = cT$ 。摩擦、容器とピストンの熱容量は無視する。

2.61 熱絶縁性の長い円筒容器があり、垂直に立っている。底から高さ  $h$  の所に質量  $m$  のピストンが糸で吊されている。ピストンの下には 1 モルの気体があり、最初はこの気体の圧力は大気圧  $P_0$  で、温度は  $T_0$  である。ピストンを高さ  $2h$  まで持ち上げるために、気体にどれだけの熱量を与えるべきか。気体 1 モルの内部エネルギーは  $U = cT$ 。摩擦、容

器とピストンの熱容量は無視する。

2.62 ピストンで密閉された水平に配置された熱絶縁性の円筒容器内に、大気圧  $P_0$  の半分の圧力で、温度  $T$  の 1 モルの気体が保持されている。ピストンは容器の容量を増加させるように自由に動くことができ、逆方向には、す突破で動きが押さえられる (図 2.62)。気体の体積を 2 倍とすためには、気体にどれだけの熱量が必要か。気体 1 モルの内部エネルギーは  $U=cT$ 。

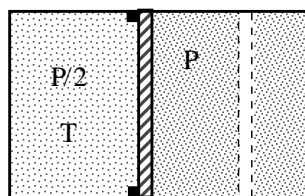


図 2.62

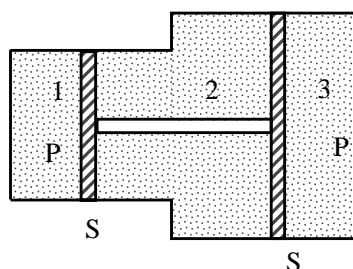


図 2.63

2.64 質量  $M$  のピストンで密閉された水平にあるシリンダ容器の内部に気体が入っている。気体を加熱する。等加速で動いてピストンは速さ  $v$  を得た。気体に加えた熱量を求めよ。1 モルの気体の内部エネルギーは  $U = cT$ 。容器とピストンの熱容量と外部の圧力は無視する。

2.65 ピストンのついた水平に配置している断面積  $S$  のシリンダ容器内に、1 モルの気体が圧力  $P_0$ 、温度  $T_0$  で入っている。外気圧は常に  $P_0$  (図 2.65)。外部の熱源を用いて気体を加熱する。ピストンは動き始める。この際、滑り摩擦力は  $f$  である。熱量の半分が更に気体に送り込まれ、その分が容器の壁とピストンの間の摩擦に消費されるものとして、外部熱源から気体が得た熱量  $Q$  に対する、気体の温度  $T$  の依存性を求めよ。この依存性のグラフを描写せよ。1 モルの気体の内部エネルギーは  $U = cT$ 。容器とピストンの熱容量は無視する。

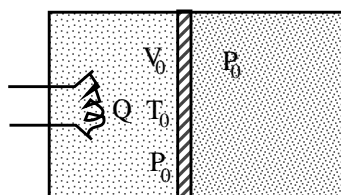


図 2.65

### 第3章 電気と磁気

#### 第1節 電界強度、ポテンシャル、静電場エネルギー

3.1 帯電していない金属製の円筒が、中心軸の周りに一定の角速度  $\omega$  で回転している。中心軸から距離  $r$  だけ離れた円筒内での電界強度  $E$  を見いだせ。電子の荷電量を  $e$ 、質量を  $m$  とする。

3.2 地表面では、平均的な電界強度  $E$  は  $120 \text{ V/m}$  で、地表面に対して垂直方向を向いている。これより、地球の総電荷量  $Q$  を見いだせ。地球の半径  $R = 6400 \text{ km}$ 、真空の誘電率  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 。

3.3 辺が無伸縮性の糸でできている菱形の頂点に荷電  $q_1, q_2, q_1, q_2$  があり、釣り合い状態にある。荷電  $q_1$  のある頂点のなす角度を求めよ。

3.4 地球の重力場に垂直に位置している半径  $R$  のリングに沿って、全て同じ質量  $m$  の小球が転がることができる。

(1) どのような荷電量を与えると、見込み角度が  $120^\circ$  の水平な弦の両端に2つの球が配置するであろうか。弦がリングの上にある場合と、下にある場合について考察せよ。

(2) 3つの球があり、それらが正三角形を作る。2つの球は自由に動くことができ、その電荷量は各々  $q$ 。もう一つの球は固定され、その電荷量は未知である。この固定球が、リングの垂直な直径の最上点にある場合と最下点にある場合について考察せよ。

(3) 2つの球がリングの垂直直径の両端に固定されている。その荷電量は  $q_1, q_2$  である。もう2つの可動球にどのような荷電量を付加すると、これら4つの球が正方形の頂点に位置するか。

(4) 4つの球があり、それらは正方形の頂点を形成するとする。そのうち、2つの可動球は同じ荷電量を有している。残りの2つは見込み角が  $90^\circ$  をなす水平な弦の両端に固定されている。さて、この2つの固定球にどのような荷電量を付加しなければならないか。弦がリングの中心より上にある場合と下にある場合について考察せよ。

3.5 地球の重力場に垂直に位置し、表面電荷密度  $\sigma$  を有する無限平面に、一様に帯電した球(質量  $m$ 、荷電量  $q$ )を糸で固定する。糸の張力  $T$  と垂線に対する糸の傾斜角度を求めよ。無限平面の電界強度は  $E = \sigma / (2\epsilon_0)$  で与えられる。

3.6 2枚の無限平行導体板がある。2枚の板を一体とみなした状態で、総表面電荷密度は1枚目で  $\sigma_1$ 、2枚目では  $\sigma_2$  である。各々の板の両面での電荷密度を求めよ。

3.7 導線でできたリングに電気量  $q$  を帯電させると割れてしまう。リングの直径を3倍、導線の直径も3倍した新しいリングとした。この新しいリングが割れるためにはどれだけの電気量を付加しなければならないか。

3.8 一様に帯電した棒  $AB$  が  $O$  点に電界強度  $E_0$  を作り出し、その電位が  $\phi_0$  に等しい(図3.8)。 $AOB$  面内に、同型で同じように帯電した棒  $A'B'$  を配置したならば、 $O$  点における電界強度と電位はどうなるか。ここで、 $AO = BO = A'O = B'O$ 、 $A'B'$  と  $AB$  は垂直。

3.9 正三角形の2辺は同じく一様に帯電した小棒からできている(図3.9)。この三角形の中心点  $O$  において、電位は  $\phi_0$ 、電界強度は  $E_0$  である。2本の棒の内の1本を取り去ったとき、 $O$  点での電位  $\phi$ 、電界強度  $E$  の大きさとベクトルの方向を見いだせ。

3.10 2等辺直角三角形の各頂点に3つの同じ導体球が配置されている。直角を挟ん



でいる辺は球の半径に比較して十分に長い。 $l \gg r$  (図3.10)。最初は、球1だけが電荷を有している。続いて、球1と2を導線で結線する。その後、導線を外す。続いて、同じ手順を球2と3で行う。そして、球3と1でも行う。このようにした結果、各球にはどのような電荷が残っているか。

3.11 異なる荷電量  $q$ 、 $-q$  を持った小さな荷電体が、接地された球から  $l_1$ 、 $l_2$  の距離だけ離れて配置している (図3.11)。球の半径  $r$  は小さい。系は大地から充分離れている。荷電体から球に作用する力を求めよ。球の中心を頂点としてなす2つの荷電体のなす角度は  $90^\circ$  とする。

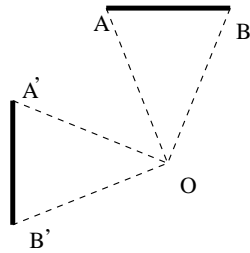


図3.8

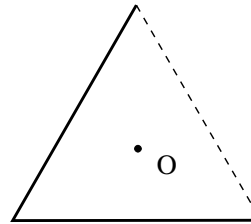


図3.9

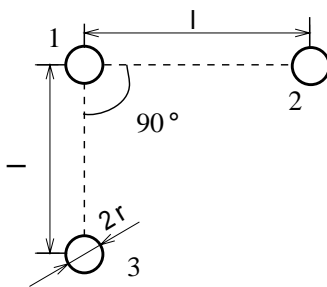


図3.10

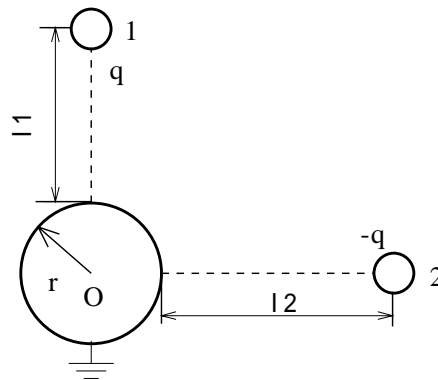


図3.11

3.12 両方とも  $q$  に帯電した2つの金属球が、お互いに距離  $l$  離れて配置している。最初の球を接地した後、接地電線を取り外す。2番目の球にも同様の手順を施す。再び、同じことを繰り返し続ける。2  $n$  回繰り返したとき、球の帯電量にどのような関係があるか。ここで  $n$  は整数である。2つの球は大地から充分離れており、球の半径  $r$  は  $l$  より十分に小さいとする。

3.13 荷電量が  $q$  で半径  $R$  の球の内部に、半径  $r$  の接地された導体球がある。2つの球の中心は一致している。大きい球の中心から距離  $l$  における外側の電界強度  $E$  を求めよ。

3.14 荷電量  $e$  の不動の陽子の周りで、半径  $r$  の円周に沿って4個の電子 (荷電量  $-e$ 、質量  $m$ ) が正方形を形成して回っている。電子の速さ  $v$  を求めよ。

3.15 電子と陽電子が不動の質量中心の周りに回転し、ポジトロニウム原子を形成している。粒子のポテンシャルエネルギー  $U$  と運動エネルギー  $K$  の関係を求めよ。電子と陽電子は荷電の法則によってのみ反発している。

3.16 互いに異なって帯電した質量  $m_1, m_2$  の粒子が不動の質量中心の周りを、電気引力の相互作用のもとで動いている。質量  $m_1$  の粒子の速さを、その方向を変えずに瞬間的に  $n$  倍する。粒子がお互いに遠方に別れる最低の  $n$  は幾らか。粒子の帯電量の大きさは等しいとする。

3.17 水素原子をイオン化する。即ち、荷電量  $e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  の荷電量を持った電子を陽子から十分に遠方に引き離すためには、どれだけの仕事を行わなければならないか。単位を  $\text{eV}$  で求めよ。水素原子の直径は  $d = 10^{-8} \text{ cm}$ 。  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ 。

3.18 2つの電子の各々の速度  $v_1, v_2$  は同じ平面内にあり、電子間の間隔は  $l$  で、電子同士を結んでいる線分と角度  $\theta$  をなしている (図 3.18)。速度  $v_1$  と  $v_2$  の大きさがともに  $v$  に等しいとしたら、電子が近接する最小距離は幾らか。電子の荷電量は  $e$ 、質量は  $m$ 。

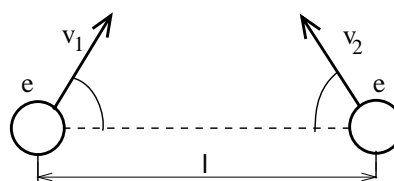


図 3.18

3.19 振り子  $OA$  は軽くて細く、かつ絶縁性の長さ  $l$  の軸でできており、その先には質量  $m$  の球があり、荷電量  $q$  を有している (図 3.19)。2つ目の球は荷電  $-q$  を有し、 $C$  点に固定されている。 $OB = l$  で垂直。 $BC = l$  で水平。球が  $B$  点を通る瞬間における振り子の軸に作用する力を見いだせ。初期状態で振り子の速度はゼロ、水平から角度  $45^\circ$  傾いている。

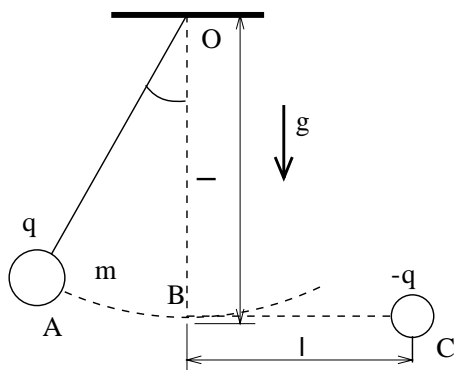


図 3.19

3.20 帯電した小球が伸びない絶縁糸で吊されている。糸の長さは  $l$  (図 3.30)。小球の質量は  $m$ 、荷電量は  $q$ 。支点と同じ高さで、それから距離  $2l$  の所に荷電  $-q$  が配置されている。小球が円周上を動き、最上点に達するために、最下点で小球が有するべき最低の速さを求めよ。小球の大きさは無視する。

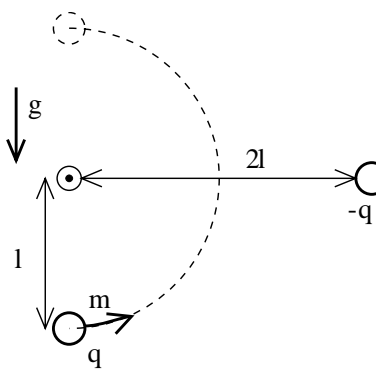


図 3.20

3.2.1 同じ質量  $m$  である 2 つの小球を、重さのない長さ  $l$  の棒で接続して、電荷  $q$ 、 $-q$  を与える (図 3.2.1)。この系は一様な電界強度  $E$  の場の中で円周に沿って動く。棒がベクトル  $E$  の方向を向いているとき、体電球の速さは  $v_0$  である。棒が  $90^\circ$  回転したとき、棒に作用する張力  $T$  を求めよ。重力は無視する。

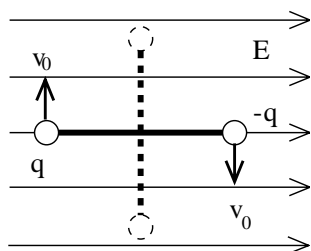


図 3.2.1

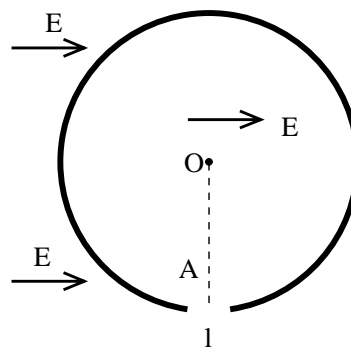


図 3.2.2

3.2.3 質量  $m$  で、荷電量  $q$  の 2 つの小球が 2 本の棒に沿って転がる。この棒は変形せず、かつ不伝導体の同じものである。棒は垂直平面内に配置され、各々の棒は水平と角度  $\theta$  をなして傾斜している (図 3.2.3)。最初の基点から、どれだけ最高の高さまで小球は登るか。最初は、小球は静止し、お互いの間隔は  $l$  で、棒の端から距離  $l$  の所に位置していた。摩擦は無視する。

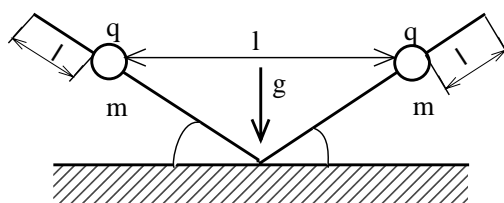


図 3.2.3

3.2.4 質量  $m$ 、荷電量  $q$  の同じ 3 つの球が、長い棒に沿って転がることことができる。最初、これらの球がお互いに間隔  $l$  だけ離れて静止していたとすれば、お互いに充分な距離に離れたとき、これらの球はどのような速さを有するか。

3.2.5 同じ質量  $m$  で、同じ荷電量  $q$  に帯電した 2 つの球がバネで結びついている。それらの間隔が、 $l$  から  $4l$  まで変化するように、2 つの球は振動する。自由状態でバネの長さは  $2l$  とするとき、バネ定数  $k$  を求めよ。

3.2.6 2 つの小物体が、長さ  $l$  の糸で連結し、水平面においてある。各々の帯電量は  $q$  に等しい。質量はともに  $m$  である。糸を焼き切ると、物体は水平面上を転がる。摩擦係

数を  $k$  として、物体の最大速度を求めよ。

3.27 ざらざらした水平面に荷電量  $q_1$  に帯電体が固定してある。質量  $m$  で荷電量  $q_2$  の物体がこの面上を移動する。最初、物体は静止し、荷電体から距離  $l_0$  離れていたとすれば、この物体は荷電体からどれだけの距離において停止するか。  $q_1$  と  $q_2$  は同符号、摩擦係数は  $k$ 。

3.28 質量が  $m$  で同じ、荷電量も  $q$  で同じ 3 つの物体が、軽くて伸びない長さ  $l$  の絶縁性の糸で連結され、正三角形を形成している。糸の一本を焼き切る。各々の物体の最大速度を求めよ。

3.29 隔  $AB = l$  の  $A$  点と  $B$  点に、荷電体  $9q$ 、 $-q$  が固定されている(図 3.29)。線分  $AB$  に沿って、これらの荷電体に向かって、質量  $m$ 、荷電量  $q$  の粒子が動いている。この粒子が  $B$  点に達するためには、遠方にあったときに粒子はどれだけの最小の速さを持っていなければならないか。

3.30 符号の異なった帯電体  $q_1$ 、 $q_2$  が間隔を  $l$  として固定してある。  $q_2$  と同符号の荷電体  $q_3$  を有する質量  $m$  の粒子が、荷電体  $q_1$  の側から  $q_1$  と  $q_2$  を結ぶ直線に沿って、固定された帯電体に飛んてくる。粒子が  $q_1$  に達するためには、粒子が充分遠方にあったとき粒子の持つべき最小の速度を求めよ。

3.31 質量  $m$  の小球が、バネ定数  $k$  のバネに吊されており、荷電  $q$  を持っている。初期状態時は、バネが変形しないように球を保持しておく。球の下方、距離  $h$  の所に  $-q$  に帯電した質量  $m$  の球がおいてある(図 3.31)。上の球を放つ。  $q$  の帯電量が最低で幾らの時、下の球は飛び上がるか。

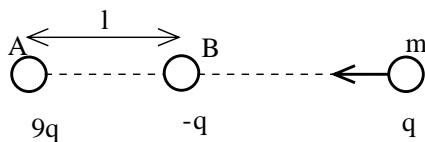


図 3.29

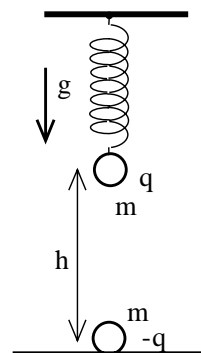


図 3.31

3.32 荷電量  $q$  で質量  $m$  の球が、 $-q$  に帯電した固定した帯電体から、距離  $l$  だけ離れた下方にある。下の球が大地に落下するためには、球に下方方向に最低どれだけの速さを付加しなければならないか。大地までの距離は充分にあり、運動は重力場で行われる。

3.33 半径  $r$  の球が半径  $R$  の球内にある。2 つの球の中心は一致している。内球は一樣に帯電し、その帯電量は  $q_1$  である。球の間で半径方向に、各々  $q_2$  にの帯電した多数の微少球が動く。微少球は球の面に順番に衝突する。内球に衝突するとき、各微少球は運動エネルギー  $E_k$  を有している。圧力は内球への微少球の衝突によるものとし、内球における平均圧力が  $P$  に等しいとして、外球における平均圧力を求めよ。衝突は弾性的である。荷電量  $q_1$  と  $q_2$  は同じ符号。微小球同士の相互作用は無視する

3.34 半径  $r = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm}$  の 4 つの絶縁球があり、各々の中心に荷電量  $q = 1.0 \times 10^{-7} \text{ C}$  を有している。これらの球はお互いに接触して、直線上に配置している。これらの球配置から、ピラミッド（正四面体）を形成させるためにはどれだけの仕事をしなければならないか。重力の影響は無視する。

3.35 半径  $r = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ 、荷電量  $q_1 = -1.0 \times 10^{-8} \text{ C}$  の固定されている金属球に極めて小さい穴が開けられている。球から十分に離れた距離で、 $v_0 = 1 \text{ m/s}$  の速さを有している質量  $m = 1.0 \times 10^{-6} \text{ kg}$ 、荷電量  $q_2 = 1.0 \times 10^{-9} \text{ C}$  の点電荷が、球の中心と穴を結ぶ直線に沿って飛行する。球の中心での点電荷の速さは幾らか。

3.36 質量  $m$ 、荷電量  $q_1$  の粒子が、帯電したリングの中心軸に沿って、速さ  $v_0$  で近づく。粒子がリングを通り抜けるためには、リングから十分に遠方にあるとき、粒子は最低どれだけの速さを有していなければならないか。リングの質量は  $m_2$ 、半径は  $r$ 、荷電量は  $q_2$ 。リングは固定されていない。

3.37 絶縁体性の薄い殻でできている半径  $r$ 、質量  $m_1$  の球が一様に帯電し、直径方向に相対して小さな 2 つの穴が開いている。球の電荷量は  $q_1$ 。最初、球は静止している。穴と一致した直線に沿って、遠方から質量  $m_2$ 、 $q_1$  とは反対符号を持った荷電量  $q_2$  の粒子が速さ  $v$  で移動してくる。 $q_2$  が球の内部にいる時間を求めよ。

3.38 加速器の 1 本の軸に沿って、順々に  $n$  段に配置された金属製パイプ（半径はその長さに比べて十分に小さいと見なせる）内を、ある線源から発射された帯電した粒子の束が通過する。パイプは交互に、一定の周波数と電圧の電源に異なった極でスイッチングされる。1 番目のパイプの長さは  $l$ 。次のパイプの長さは、片方の加速間隙（パイプの端同士の空間）から次の加速間隙まで荷電粒子が飛行する時間内に、電場は符号を換え、再び加速を行うように選択する。パイプの間隙の長さは無視できるものとして、各パイプの長さを見いだせ。1 番目の加速間隙（線源と 1 番目のパイプの間隙）に、粒子は速さ  $v_0$  で入射し、得られる粒子の速さは光速より十分に小さいとする。

3.39 2 つの半径  $r$  の非金属製の球が、中心を  $4r$  放して固定してある。各球の表面には荷電量  $q_1$  が一様に分布している。球を結ぶ軸上で、右側の球には 2 つの小穴が開いている。右側の球の穴を通過するためには球の中間に置かれた質量  $m$ 、荷電量  $q_2$  の粒子の最低速度はいかほどでなければならないか。荷電量  $q_1$  と  $q_2$  は同符号。

3.40 半径  $r$  の 2 つの非金属製球が、同じ正の電荷で一様に帯電し、中心の間隔が  $2.4r$  離れて固定してある。球同士の中心線に沿って、微少な穴を開ける。この中心線に沿って、球同士の中間点でほぼ 0 の速さの負に帯電した粒子が動きはじめる。粒子はどの位置で安定するか。

3.41 2 つの絶縁体の球の中心が、重さの無視できる細い棒で固定されている。棒に沿って、3 番目の球が転がることができる。全ての球は同型で同じ質量である。各球の表面には均一に各々荷電  $q$  が分布している。最初、3 番目の球の中心は、左側の球の中心から距離  $l$  だけ、右側の球から距離  $2l$  だけ離れていたとして、真ん中の球の最大速度を求めよ。最初、全ての球は静止している。系全体は固定されていない。摩擦は無視する。

3.42 質量  $m$ 、半径  $r$  の 2 つの球の中心が、距離  $10r$  離れて配置されている（図 3.42）。球の片方には  $q$ 、他方には  $-q$  の荷電が均一に分布している。右側の球は遠く離れた壁に糸で結びつけられている。この糸は張力  $T$  まで破断に耐えうる。左側の球を放す。衝突は完全非弾性として、衝突した後の球同士の速さを求めよ。荷電は再配分しない。

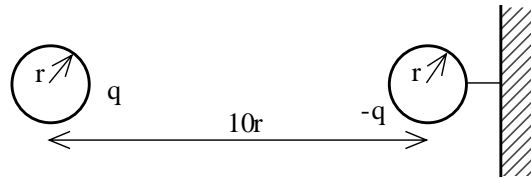


図 3 . 4 2

## 第 2 節 電気容量。コンデンサ

3 . 4 3 平板コンデンサが、面に垂直な一様電界強度  $E = 1000 \text{ V/m}$  の外場の中にある。コンデンサの面積  $S = 0.01 \text{ m}^2$ 。コンデンサが導線で閉じられると、各々の極板にどのような電荷が現れるか。コンデンサの極板は閉じるまで帯電していない。

3 . 4 4 一様な外部電界  $E$  の中に、平板コンデンサがある。  $E$  の方向はコンデンサの場の方向と一致している。面積  $S$  の極板には一様に電荷  $q$  と  $-q$  が分布している。電極を交換してコンデンサをひっくり返すためには、どれだけの仕事が必要か。電極間隔は  $d$ 。

3 . 4 5 面積  $S$  , 厚さ  $d$  の導体板が一様な電場  $E$  の中にあり、電界の方向は板に垂直である。電場を一瞬のうちに消したら、導体にはどれだけの熱がわき出るか。

3 . 4 6 容量  $C$  の 2 つの同型の平板コンデンサが、並列に接続され、電位差  $U$  まで帯電されている。2 つのうちの片方のコンデンサの 2 つの電極を遠方に引き出す。その様にしたときの他方のコンデンサの電位差とそのエネルギーを求めよ。

3 . 4 7 ? 電子が速さ  $v_0$  で、帯電した平板コンデンサの中心線に沿って入射する ( 図 3 . 4 7 )。コンデンサの長さは  $l$ 。電子がコンデンサを出た時点で、極板  $AB$  を横断するためには、コンデンサ中の電界を逆方向に変えるべき時間を求めよ。時間の原点は電子がコンデンサに入射した時点とする。

3 . 4 8 電極板の間隔が  $2l$  である平板コンデンサの中央に、帯電したグリッドがある ( 図 3 . 4 8 )。グリッドと正に帯電した電極板  $B$  との間の電位差は、グリッドと負に帯電した電極板  $A$  との間の電位差の 2 倍である。極板  $A$  からこの面に対して角度  $\theta$  で、正に帯電した粒子が飛び立ち、極板  $B$  から  $l/2$  の位置に到達する。粒子の飛び出した位置から、それが  $A$  面に戻ってくる地点までの間隔を求めよ。

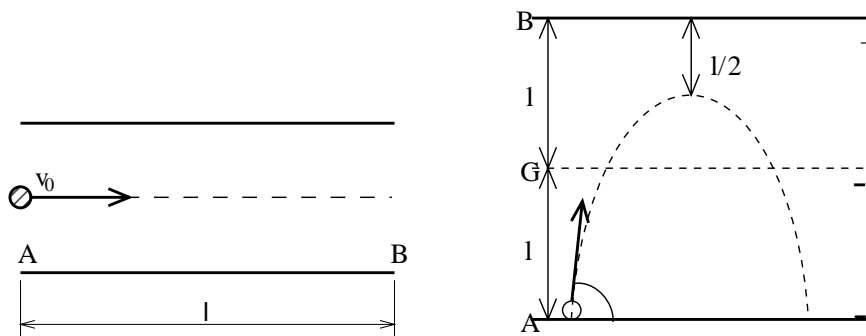


図 3 . 4 7

図 3 . 4 8

3.49 平板電極からなる4極真空管がある(図3.49)。電極の面積は全て $S$ で同じ。カソード $K$ とアノード $A$ の間隔は $l$ である。グリッド $G_1$ 、 $G_2$ はカソード $K$ から距離 $d_1$ 、 $d_2$ の位置にある。電圧 $U_1$ と $U_2$ は既知である。真空管中を電流が流れないとして、 $G_1$ 上の電荷量を求めよ。で

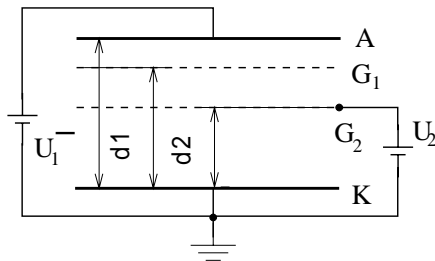


図3.49

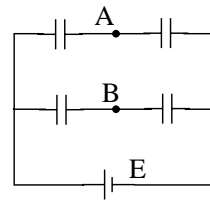


図3.50

3.51 図3.51に示されている回路図中で、 $C_1 = 5 \mu F$ 、 $C_2 = 10 \mu F$ である。A B間の電位差 $U_{AB} = 16 V$ 。電位差 $U_{DF}$ を求めよ。

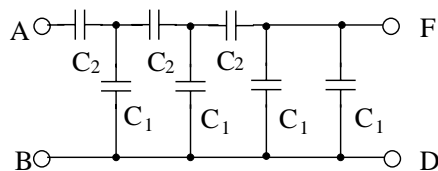


図3.51

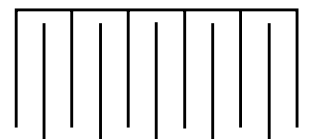


図3.52

3.53 容量 $C$ の充電していないコンデンサの1つの電極を接地する。片方の電極は細長い導線で、付近に何も無い電荷 $q_0$ を持つ半径 $r$ の導体球に接続する。球にはどれだけの電荷が残るか。

3.54 半径 $r$ と $R$ を持った2つの導体球が、お互いに十分に離れていて、容量 $C$ のコンデンサの被膜と接続している(図3.54)。半径 $R$ の球を被膜から外した後、この球の荷電 $Q$ を与える。この充電後、再び接続する。半径 $R$ の球にどれだけの荷電が存在するか。

3.55 図3.55に示しているように、容量 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ のコンデンサが抵抗のある回路に接続されている。コンデンサに蓄えられる荷電量を見いだせ。電圧 $U$ と抵抗 $R$ は既知である。

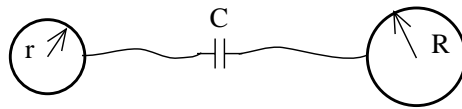


図 3 . 5 4

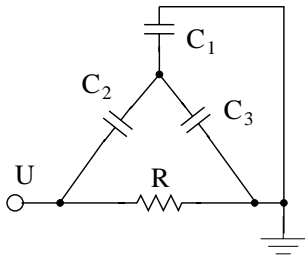


図 3 . 5 5

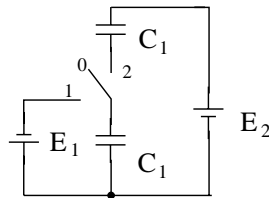


図 3 . 5 6

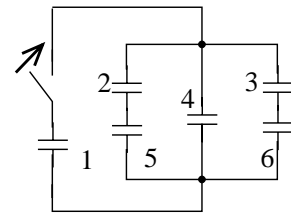


図 3 . 5 7

3 . 5 6 図 3 . 5 6 に示しているように、容量  $C_1$  ,  $C_2$  のコンデンサが接続されている。最初、スイッチは中間位置 ( 0 ) にあり、コンデンサは充電していない。スイッチを 1 側とし、少し時間が経過した後、2 側とする。容量  $C_1$  のコンデンサにはいかにどの電位差が生じるか。

3 . 5 7 電圧  $U$  で充電した容量  $C$  のコンデンサに、図 3 . 5 7 で示しているように、同じ容量でできたコンデンサでできている蓄電池を接続する。6 つのコンデンサの各々の荷電量を見いだせ。

3 . 5 8 図 3 . 5 8 に示している回路中のスイッチは、短時間内に、状態 1 と 2 に順次切り替わる。1 回のスイッチングでのコンデンサの電圧の変化量が極わずかなものとするれば、スイッチの切り替えが充分の回数行われた後、コンデンサにはいかにどの荷電が存在するか。  $R_1$  ,  $R_2$  ,  $E_1$  ,  $E_2$  ,  $C$  は既知。

3 . 5 9 図 3 . 5 9 a に描写されている回路に、周期  $T$  で繰り返す、長さ  $\tau$  の矩形パルス ( 図 3 . 5 9 b ) を与える。1 周期での長さでは、コンデンサの電圧は極わずかに変化するものとして、充分時間が経過した後のコンデンサの電圧を求めよ。  $U$  ,  $R_1$  ,  $R_2$  は既知。

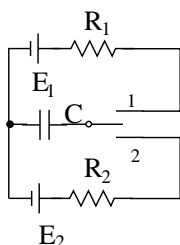


図 3 . 5 8

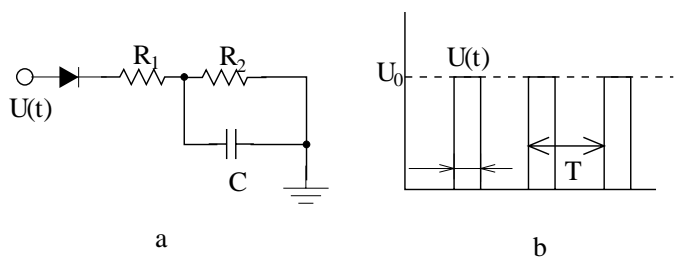


図 3 . 5 9

3 . 6 0 容量  $C$  の 3 つのコンデンサに、荷電  $q_1$  ,  $q_2$  ,  $q_3$  を与える ( 図 3 . 6 0 )。コンデンサを結線する。コンデンサに残っている荷電量を求めよ。



3.61 図3.61に示しているように、コンデンサ1, 2, 3を接続する。コンデンサ1は無充電、コンデンサ2, 3は充電しておく。3つのコンデンサの接続においては、コンデンサ2と3は異なった極板同士を互いに接続する。コンデンサ1にコンデンサ2を接続したときには、荷電量 $q_{12}$ が生じ、コンデンサ1にコンデンサ3を接続したときには、コンデンサ1に荷電量 $q_{13}$ が現れるとして、コンデンサ2と3と、コンデンサ1を接続した際に、コンデンサ1に現れる荷電量を求めよ。コンデンサの容量は各々 $C_1, C_2, C_3$ 。

3.62 面積 $S$ の2つの導電性ピストンが絶縁体製のシリンダー内で平板コンデンサを形成している。内部は空気で満たされており、その気圧は $P_0$ 。ピストンを符号が異なる電荷 $q, -q$ で充電すると、ピストン間隔は何倍となるか。摩擦は無視する。空気の温度は一定とする。

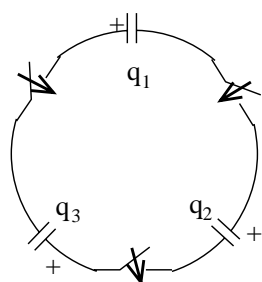


図3.60

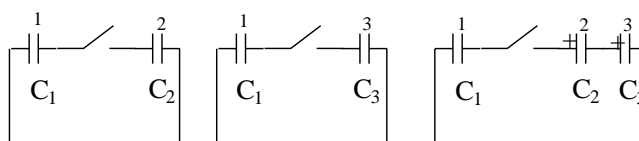


図3.61

3.63 3枚の同型の平板A, B, Cが間隔 $d_1, d_2$ で互いに平行に配置されている(図3.63)。最初、平板Aに荷電 $q$ が有り、B, Cは帯電していない。その後、BとCに起電圧 $U$ の電池をつなぐ。その後、A, Cを導線で結線する。各平板に誘起される荷電量を求めよ。各平板の面積は $S$ 。

3.64 面積 $S$ の4つの同型の金属板1, 2, 3, 4がおののおの $q_1, -q_1, q_2, -q_2$ の電荷を持ち、等間隔離れて設置されている(図3.64)。外側の板1, 4を導線で結線する。内側の板2と3の間の電位差を求めよ。間隔 $d$ は板の大きさと比較して小さい。

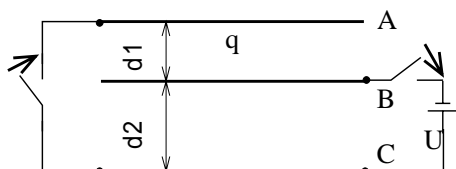


図3.63

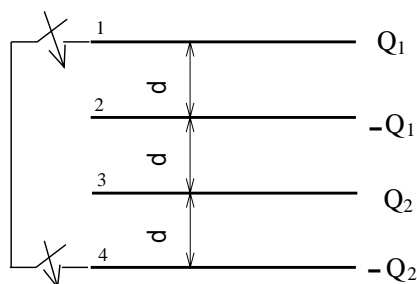


図3.64

3.65 各々の容量 $C$ の2つの平板コンデンサを並列に接続し、電位差 $U$ まで充電した後、電源から外す。2つのうちの片方のコンデンサの電極はお互いに向かって自由に動くことができる。このコンデンサの電極間隔が半分になったとき、電極の速さを求めよ。各々の電極の質量は $M$ 。重力は無視する。

3.66 平板コンデンサを電圧  $U$  の電源に接続する (図 3.66)。電極の面積は  $S$ 、電極の間隔は  $d_1$ 。下の電極には面積  $S$ 、厚さ  $2d$ 、質量  $m$  の金属板が押しつけられている。金属板を放す。この板が上の電極に衝突する時の速さを求めよ。重力は無視する。

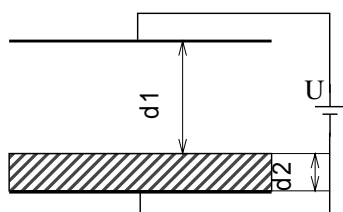


図 3.66

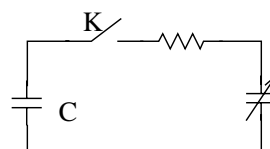


図 3.67

3.68 図 3.68 に示している回路図中で、コンデンサ  $C_2$  の電圧は  $U$ 、コンデンサ  $C_1$  と  $C_2$  は充電していない。スイッチ  $K$  は交互に状態 A 側と B 側に閉じる。多数回の切り替え後、どれだけの熱量が抵抗で発生するか。

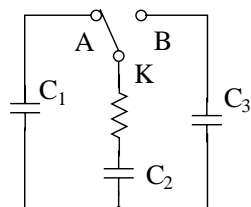


図 3.68

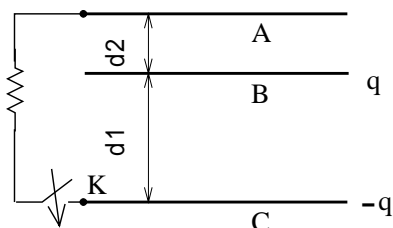


図 3.69

### 第 3 節 回路。直流と交流

3.70 ? 外半径  $b$ 、壁の厚さ  $d$  の導電性パイプから、正方形の断面  $d \times d$  の針金を準備する。パイプの両端に電極を取り付けたときのパイプの持つ抵抗値に対する金属の抵抗値の関係を求めよ。

3.71 格子は同じ部分からできている (図 3.71)。各部分の抵抗値は  $R = 1$ 。A B 間の抵抗値を求めよ。

3.72 図 3.72 に示している回路の点 A と B の間の抵抗値を、スイッチを開いたときと閉じたときとで求めよ。各辺及び正方形内の対角線の抵抗値は  $R = 1$ 。

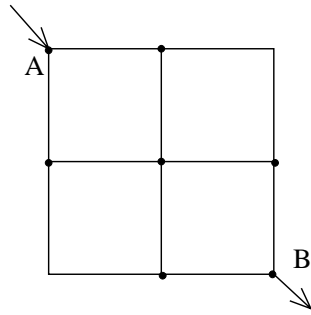


図 3 . 7 1

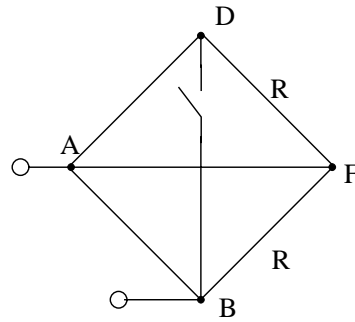


図 3 . 7 2

3 . 7 3 針金でできている立方体の隣り合う頂点間の抵抗値を求めよ。立方体の稜の各々の抵抗は  $R = 1$  。

3 . 7 4 針金でできている立方体において、一つの面内の対角線の位置にある頂点間の抵抗を求めよ。各稜の抵抗は  $R = 1$  。

3 . 7 5 長さ 1 の 2 本の導線において、それらの端 A A' から  $x$  の距離で絶縁が壊れ、この地点で導線間に若干の有限の抵抗を誘起している (図 3 . 7 5 )。破壊した場所の検索のために、3 つの測定を行う。端子 B と B' を開いた状態での点 A と A' 間の抵抗は  $R_1$ 、B B' を閉じた状態での抵抗は  $R_2$ 。点 A と A' を開いた状態での点 B と B' 間の抵抗は  $R_2$ 。距離  $x$  を求めよ。

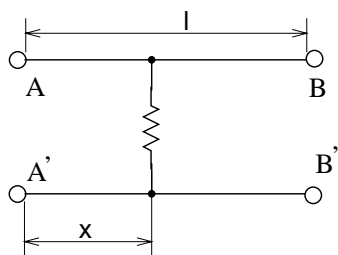


図 3 . 7 5

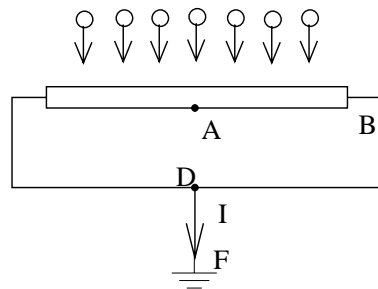


図 3 . 7 7

3 . 7 8 導線 A C B は点 A , C , B が正三角形の頂点になるように曲げられている (図 3 . 7 8 )。辺 A C と C B の中間に断面積が半分の導線でできた連絡線 E F が接続している。点 A と B に電圧  $U = 3 \text{ V}$  をかける。連絡線での電圧降下分を求めよ。

3 . 7 9 図 3 . 7 9 で示している回路図で、点 A と B の間の電圧  $U$  を求めよ。抵抗  $R$  と電流  $I$  は既知である。

3.80 図3.80に示している回路図で、回路の入力部に電圧160Vをかけたとき、点AとB間の電圧を求めよ。

3.81 図3.81に示しているように、抵抗と電圧計が交流回路に接続されている。点AとA'との間の電圧は、点BとB'との間の電圧の半分である。抵抗Rを既知として、抵抗 $R_x$ を求めよ。

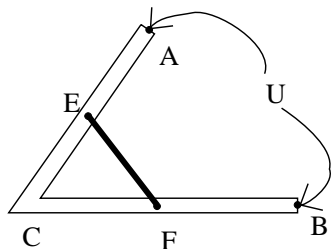


図3.78

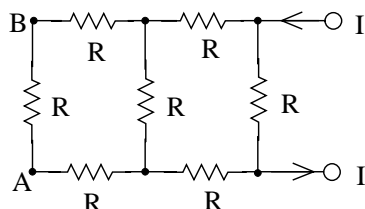


図3.79

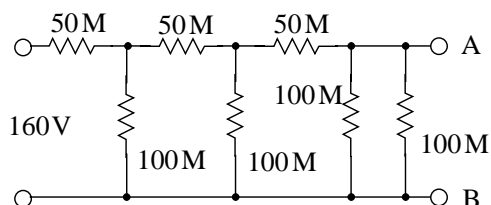


図3.80

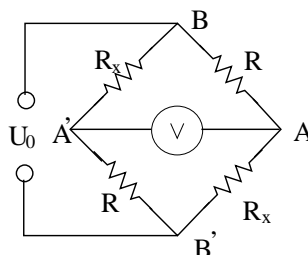


図3.81

3.82 抵抗値が $R_1$ の抵抗、交流抵抗値が $R_2 = R_0 - cU$ の素子がある。ここで、 $U$ は素子での電圧降下、 $c$ はある定数。これらを直列に接続する。その入り口に電圧 $U_0$ をかけたとき、回路に流れる電流を求めよ。素子での電圧降下量 $U$ は未知である。

3.83 電気機器を断面積 $S = 1 \text{ mm}^2$ の2本の導線で電源に接続する。装置のスイッチを入れたとき、装置での電圧は電源の供給場所での電圧より10%小さい。電圧の減少を1%とするためには、同じ長さの導線の断面積を幾らにしなければならないか。

3.84 抵抗値が $R$ である導線を連結して、 $N$ 個のランプを結線し、電圧 $U_0$ の電源に接続する(図3.84)。フィラメントの加熱において、ランプが消費する電流 $I_0$ はランプにかかっている電圧に依存しないものとして、導線の抵抗 $R$ を求めよ。ここで、最後のランプにかかっている電圧は $0.9 \times U_0$ である。

3.85 内部抵抗 $r = 1$ を有する電池と、抵抗 $R = 100$ からなる回路に、電圧計を接続する。最初は、抵抗に並列に(図3.85a)、次に抵抗に直列に(図3.85b)。電圧計の指針は同じであった。電圧計の抵抗を求めよ。

3.86 3つの電池を $R = 10$ の抵抗に接続する最初はこれらを並列に、次には直列に接続する。とすると、抵抗で消費される電力は、後者が前者の4倍大きい。1つの電池の内部抵抗を求めよ。

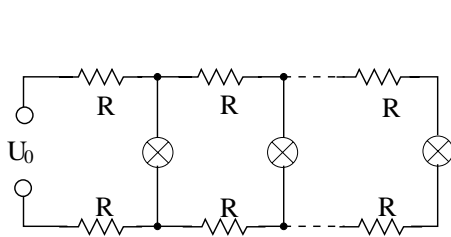


図 3 . 8 4

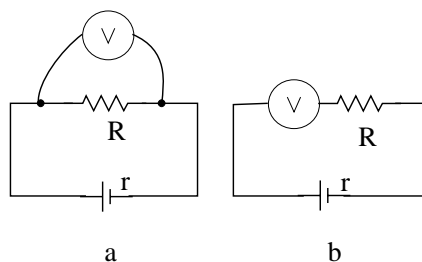


図 3 . 8 5

3 . 8 7 図 3 . 8 7 に示している回路図に結線している電圧計が指示する電圧を求めよ。電池の起電圧と内部抵抗は  $E_1$  ,  $E_2$  ,  $r_1$  ,  $r_2$  である。負荷の抵抗は  $R$ 。

3 . 8 8 図 3 . 8 8 に示されている回路図中の高抵抗電圧計が指示する電圧を求めよ。抵抗  $R_1$  ,  $R_2$  ,  $R_3$  ,  $R_4$  と電圧  $U_0$  は既知である。

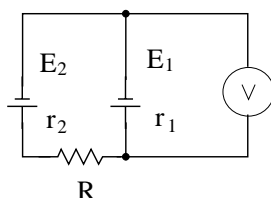


図 3 . 8 7

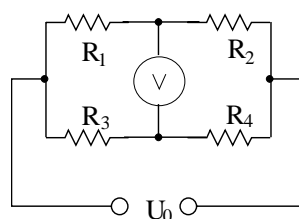


図 3 . 8 8

3 . 8 9 図 3 . 8 9 に示している星形の電気回路で、全ての稜は抵抗値  $R$  である。同じ時間内に、稜  $BD$  ,  $BC$  ,  $CD$  ,  $AB$  ,  $BE$  で発生する熱量の関係を求めよ。稜  $BD$  の抵抗値がゼロ、かつ稜  $CD$  の抵抗値が 2 倍となると、これらの関係はどうなるか。

3 . 9 0 図 3 . 9 0 に示しているように、星形の回路網が接続されている。稜  $AC$  の抵抗は 0、稜  $BC$  の抵抗は  $3R$ 、残りの稜の抵抗は  $R$ 。稜  $AC$  を流れる電流と回路全体で消費される電流を求めよ。

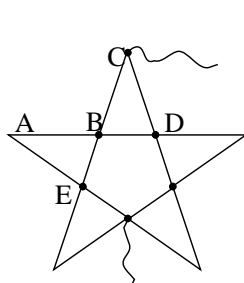


図 3 . 8 9

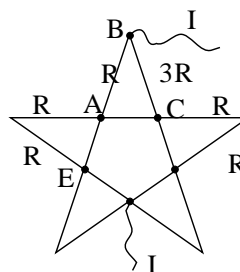


図 3 . 9 0

3 . 9 1 誘電率 で比抵抗率 の物質で充填された平板コンデンサが、電圧  $E$ 、内部抵抗  $R$  の電源に接続される。コンデンサの漏れ抵抗をコンデンサに貯まる電荷量を求めよ。導線の抵抗は無視する。

3.92 正方形の板でできている平板コンデンサの中を、金属板が一定の速度  $V$  で動く。コンデンサは抵抗と電源に直列に接続しており、その抵抗値は  $R$ 、電圧は  $E$  である (図 3.92)。抵抗で消費される電力を求めよ。コンデンサの電極間隔は  $D$ 。動く金属板の面積はコンデンサの面積  $1 \times 1$  に等しく、その厚さは  $d$ 。

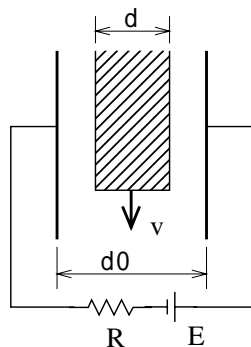


図 3.92

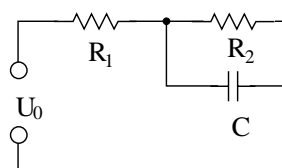


図 3.93

3.94 容量  $C_1$ ,  $C_2$  のコンデンサ、抵抗値  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  の抵抗が、図 3.94 に示されている回路を形成している。コンデンサに蓄積する電荷量を求めよ。電圧  $U_0$  は既知である。

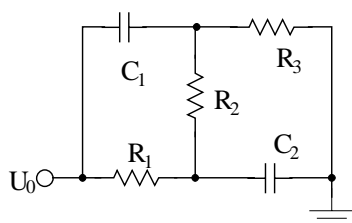


図 3.94

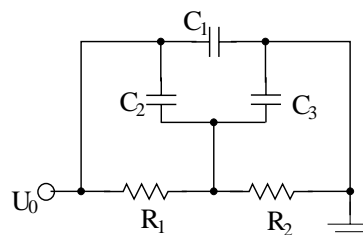


図 3.95

3.96 容量  $C$  のコンデンサ、抵抗値  $R$  の抵抗が、図 3.96 に示されている回路を形成している。コンデンサに蓄積する電荷量を求めよ。電圧  $U_0$  は既知である。

3.97 容量  $C$  のコンデンサ、抵抗値  $R$  の抵抗が、図 3.97 に示されている回路を形成している。接地側のコンデンサの電荷量を求めよ。電圧  $U_0$  は既知である。

3.98 (1) 充電している容量  $C$  のコンデンサを可変抵抗で閉じる。抵抗を通過する電流が、コンデンサが完全に放電しきるまで一定値であるための抵抗の時間依存性を求めよ。可変抵抗の初期値は  $R_0$ 。

(2) 充電したあ可変容量のコンデンサを抵抗値  $R$  の抵抗で閉じる。コンデンサが完全に放電しきるまで回路を流れる電流が一定であるための容量の時間依存性を求めよ。コンデンサの初期容量は  $C_0$ 。

3.99 図3.99に示しているように、抵抗1, 2, 3がダイオードとともに回路を形成している。抵抗3で消費される電力を求めよ。交流電源の電圧は  $U$ 、全ての抵抗の抵抗値は  $R$ 。

3.100 図3.100に示しているように、2つの抵抗  $R_1$ ,  $R_2$  と2つのダイオードが電圧  $U$  の電源に接続している。回路で消費される平均電力を求めよ。

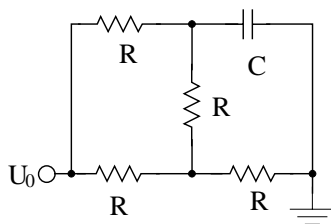


図3.96

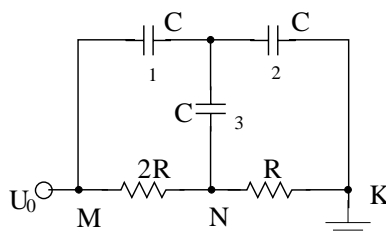


図3.97

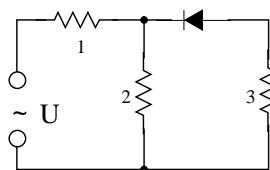


図3.99

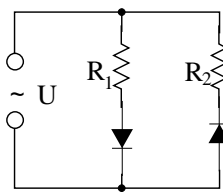


図3.100

3.101 図3.101のaに示している回路図において、交流電源の電圧振幅は  $220\text{ V}$ 、振動数は  $50\text{ Hz}$ 。一定の電圧を供給する直流電源の内部抵抗は無視できる。bとcのグラフはダイオードにかかる電圧に対するダイオードを通過する電流の依存性を示している。左の回路図のダイオードとして、b、cに示している2種のダイオードを使用する。各々のダイオードを使用したときにおいて、抵抗値  $R$  の抵抗における最大の電圧降下と、回路電流がゼロでない周期の部分の部分を求めよ。

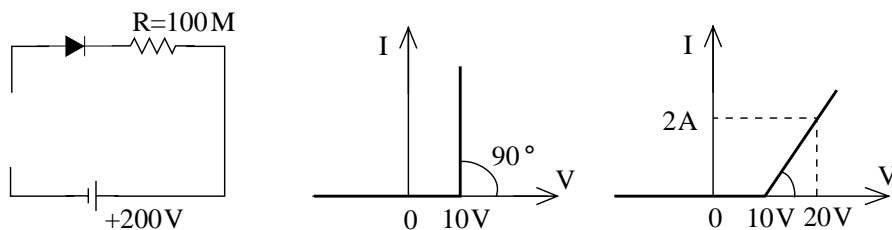


図3.101

3.102 抵抗が一定である加熱用渦巻き線に、一定の電流を流す。この一定電流とともに同時に渦巻き線に交流（その振幅は一定電流の10%）を流すと、単位時間に渦巻き線で発生する平均熱量は何%変化するか。

3.103 真空中に孤立している金属球が抵抗値  $R$  の抵抗を経由して接地している。この球に電子ビームが飛来する。電子の速さは遠方で  $v$ 。単位時間に  $n_t$  個の電子が球に衝突する。単位時間に球に発生する熱量はどれだけか。電子の質量と荷電は  $m$  と  $e$ 。

3.104 質量  $M$  の平板コンデンサが電極板を水平にして、バネで吊されている。この時、バネの伸びは  $l$  であった。コンデンサの電極板に平行に電子ビームが入射し、出口で水平と角度  $\theta$  傾くとき、バネの更なる伸び分を求めよ。電子ビームの電流は  $I$ 、電子の初速度は  $v_0$ 。

3.105 電子ビームが平板コンデンサに、その電極板に平行に速さ  $v_0$  で飛び込む（図3.105）。単位時間に、どれだけの電子が正に帯電した電極に衝突するか。ビームは長方形の断面をしており、その高さは電極間隔  $d$  に等しく、幅は  $x$  である。単位体積当たりの電子数は  $n_v$ 。コンデンサには電圧  $U$  がかけられており、ビームの運動方向の電極の長さは  $l$ 。

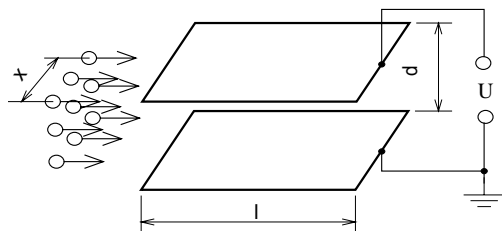


図3.105

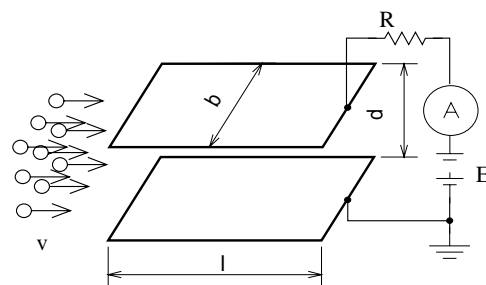


図3.106

3.107 カソードとアノードは平行平板である2極真空管（図3.107）において、流れる電流  $I$  と加電圧  $U$  の間に、 $I = cU^{3/2}$  の関係がある。ここで、 $c$  は未定数。ダイオードにかかる電圧が2倍となると、電子のアノード表面への衝突によって生ずるアノードでの圧力は何倍増加するか。カソードから飛び出すときの電子の初速度は無視する。

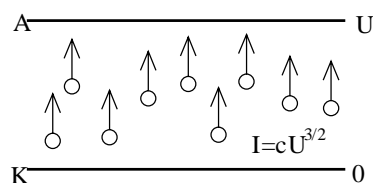


図3.107



#### 第4節 電磁誘導。電流と磁場との相互作用

3.108 長さ  $l$  の4本の同じ導線が継ぎ手で端が結びつけられ、正方形を形成している。この正方形は磁束密度  $B$  の一様な磁場のもとに置かれている。磁場は正方形の面に垂直である。この正方形の対角頂点を、正方形が直線上になるまで引っ張る。各辺の抵抗が  $R/4$  ならば、辺の一つに直列に接続した電流計を、どのような荷電が流れるか。

3.109 電流の流れている円形コイルが磁束密度  $B = B_0 \sin t$  の交流磁場の中にある。磁場はコイルの面に垂直である。コイルを、2つの同型のリングからできている8の字型に変える。この際、コイルの導線は面から出て行かないとする(図3.109)。このようにすると、コイルを流れる電流の大きさは何倍となるか。コイルのインダクタンスは無視する。

3.110 単位長の抵抗値  $R$  の導線で作られている円形コイルが磁束密度  $B$  の一定で均一な磁場の中にある。 $B$  はコイルの面に垂直である。このコイルを、同じ面内で、2つの同じリングからなる8の字型に変える(前問の図3.109を参照)。この時、どれだけの荷電が導線を流れるか。

3.111 抵抗値  $R$  を有する直径  $d$  の導線リングが交流磁場内にあり、その磁束密度はリング面に垂直である。磁束密度は時間  $t_1$  の間に、世路から  $B$  の値まで線形的に増加し、その後、時間  $t_2$  の間に、ゼロまで線形的に減少する。リングにどれだけの熱量が発生するか。

3.112 半径  $r$ 、磁場は軌道面に垂直にかかっている円形加速器において、細い陽子ビームが動いている。粒子が1周りするときの電流を求めよ。初期のビーム電流は  $I_0$  とする。容器内の全陽子数は  $n$ 。陽子が加速されるように、陽子ビームの軌道に沿って、磁束密度は一定の速さで変化する( $\frac{dB}{dt} = E$ )。陽子の質量と荷電は  $m$  と  $e$ 。陽子の速さは光速より充分遅い。

3.113 質量  $m$ 、半径  $r$  の不導体リングが均一に分布した少量電荷  $q$  を持ち、自分の軸の周りに自由に回転することができる。リングはその面に垂直な磁場の中に置かれている。磁場の磁束密度はリングの中心領域  $1 < r$  では  $2B$ 、リングの外部では  $B$  に等しい。磁場は一様にゼロまで減少し始める。磁場が消滅したとき、リングはどのような速さを獲得するか。最初はリングは静止していたものとする。

3.114 半径  $R$  の導電性リングに、直径に沿って導電性連絡線が付いている(図3.114)。左右の半円に、容量  $C_1$ 、 $C_2$  のコンデンサを配置する。時間とともに線形的に増加する磁束密度  $B = B_0 \cdot t / T$  の磁場内に、リング面を磁場に垂直にして、リングを置く。ある時間に、連絡線を外し、直ぐ磁場の変化を停止する。コンデンサに蓄えられる電荷量を求めよ。

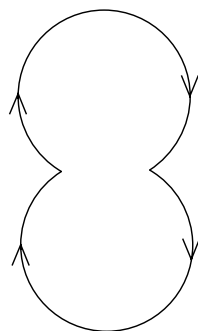


図3.109

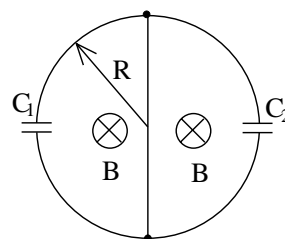


図3.114

3.115 2本の平行導線レールが間隔  $l = 0.1 \text{ m}$  離れて、平面内に配置されている。その平面内に、垂直に磁束密度  $B = 1 \text{ T}$  の磁界が一樣にかかっている。レールは動かない導線で結線されており、この導線の抵抗は  $R_0 = 3$  。他に2つの導線、抵抗  $R_1 = 1$  、 $R_2 = 2$  があり、動かない導線からお互いに反対側に速さ  $v_1 = 0.3 \text{ m/s}$ 、 $v_2 = 0.2 \text{ m/s}$  で動く。動かない導線を通る電流を求めよ。

3.116 導線  $EF$  は一定の速さ  $v$  で、導線  $AC$ 、 $AD$  を閉じながら動く。  $AC$ 、 $AD$  のなす角度は (図3.116)。系の面に垂直に、一定で一樣な磁束密度  $B$  がかかっている。点  $A$  から点  $C$  まで導線  $EF$  が動いている時間において、回路で発生する全熱量を求めよ。導線  $EF$  の単位長当たりの抵抗は  $R_1$ 。導線  $AC$  と  $AD$  の抵抗は無視する。  $AC = l_0$ 、 $EF$  と  $AC$  は垂直、 $v$  と  $EF$  は垂直。

3.117 導線  $OD$  は半径  $l$  の円弧  $ADC$  に沿って滑ることができる (図3.117)。円弧の面に垂直に、一定で一樣な磁束密度  $B$  がかかっている。棒  $OD$  を一定の角速度で回転するためには、導線  $OD$  に垂直に  $D$  点でどのような力を加えなければならないか。

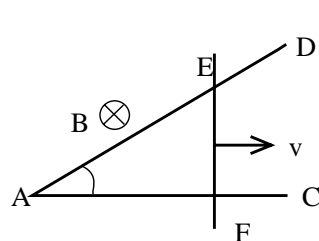


図3.116

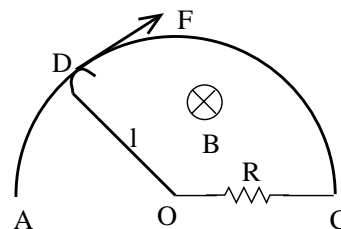


図3.117

3.118 辺の長さ  $l_1$ 、 $l_2$ 、その質量を  $m_1$ 、 $m_2$  を辺とした導電性長方形の枠があり、長さ  $l_1$  の辺の1つを不動として、水平軸の周りに自由に回転することができる。枠は垂直で一樣な磁束密度  $B$  の中にある。枠が地球の重力場の中で動かずに、水平と角度  $\theta$  をなして傾いているとき、枠に流れる電流を求めよ。

3.119 型の導電性枠が水平軸に吊され、一樣な垂直磁界中にある。磁界の磁束密度は  $B$  である (図3.119)。枠は長さ  $l$ 、質量  $m$  の棒と、2本の長さ  $l$  で重さが無く丈夫な棒でできている。枠に、電流  $I_0$ 、時間長  $\Delta t$  の短時間パルスを通す。初期状態に対する枠の最大傾斜角度を求めよ。 時間内における枠の変位は十分に小さい。

3.120 垂直方向に一樣で一定の磁束密度  $B$  の磁界が作られている。長さ  $l$  の糸に吊された質量  $m$ 、荷電量  $q$  の球が円周に沿って運動する。糸は垂直と角度  $\theta$  をなしている (図3.120)。球の運動の角速度を求めよ。

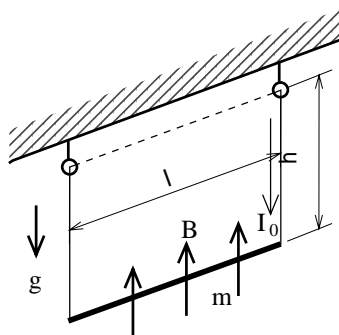


図3.119

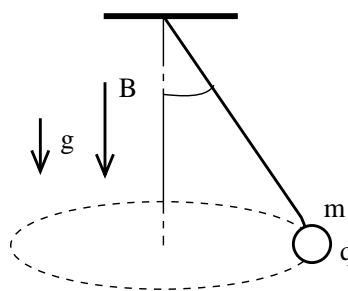


図3.120

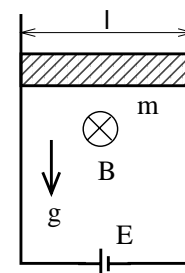


図3.122

3.121 質量  $m$ 、長さ  $l$  の水平導線が、電氣的接觸を壊すことなく、2本の垂直導線製棒に沿って転がることができる。棒はお互いに間隔  $l$  の位置にあり、下部は容量  $C$  のコンデンサで接続している。運動面に垂直に、一定で様な磁束密度  $B$  の磁界がかかっている。棒の加速度を求めよ。回路形成の部品の抵抗、摩擦は無視する。系は地球の重力場中にある。

3.122 質量  $m$  の水平導線棒が2本の垂直な導線軸に沿って電氣的接觸を壊すことなく滑ることができる。軸は間隔  $l$  離れており、下部には電圧  $E$  の電池が接続されている(図3.122)。運動面に垂直に磁束密度  $B$  の一様で一定の磁場がかかっている。棒の上昇速度を求めよ。導線棒の抵抗は  $R$ 。導線軸の抵抗と電流源の抵抗は無視する。系は重力下にある。

3.123 水銀が満たされたプール中に、このプールの両端面に平行に電極が沈められている。電極の大きさは端面の面積の大きさと一致する。電極間隔は  $l$  で、プールの長さに等しく、電極の大きさより充分小さい。プールの底には垂直に磁束密度  $B$  の磁界がかかっている。電極に電圧  $U$  を加えると、水銀の表面は水平に対してどれだけの角度で配位するか。水銀の比抵抗率は  $\rho$ 、その密度は  $\rho_m$ 。

3.124 磁気ポンプは、高さ  $h = 0.1 \text{ m}$ 、導電性の対向した2つの壁の長方形断面をした容器からできている(図3.124)。壁の間隔は  $l = 0.05 \text{ m}$ 。導電壁の壁の電位差は  $U = 1 \text{ V}$ 。2枚の不導体制の壁に垂直に、磁束密度  $B = 0.1 \text{ T}$  の一様磁場がかかっている。容器の下部は水銀の表面に触れている。上部は不導体制の垂直なパイプに接続されている。水銀はどれだけの高さまで上昇するか。水銀の比抵抗率は  $\rho = 10^{-6} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ 、密度は  $\rho_m = 14 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。自由落下の加速度は  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

3.125 質量  $m$  の少し帯電している物体に長さ  $l$  の糸が取り付けられ、垂直面内で円運動をすることができる。磁束密度  $B$  の一様な磁界が、この面に垂直にかかっている(図3.125)。舞台が完全な円運動を完遂する物体の最下点における最大速度は幾らか。物体の荷電は正であり、 $q$  に等しい。

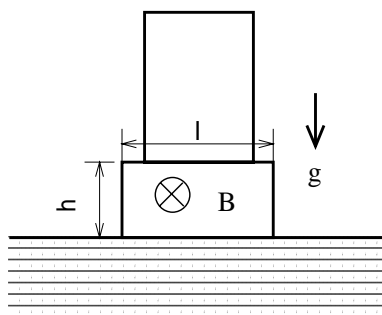


図3.124

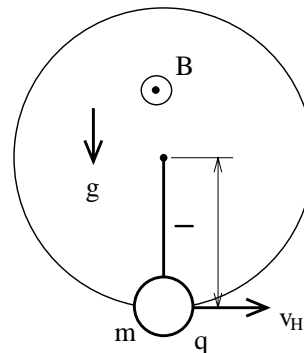


図3.125

3.126 トランスの一方のコイルは  $N$  ターン、他方は1ターン。このトランスを起電圧  $E$  の交流電源に接続する。出力コイルの内部抵抗  $r$  の電流計を接続する。この時の接点1と2はコイルを抵抗値  $R_1$  と  $R_2$  の部分に分ける(図3.126)。電流計の指示値を求めよ。磁束流の拡散は無視する。

3.127 容量  $C$  の充電したコンデンサがインダクタンス  $L$  のコイルと接続している。回路電流が時間に直線的に比例するとして、コンデンサの容量の時間依存性を見いだせ。

3.128 容量  $C$  のコンデンサとインダクタンス  $L_1$ 、 $L_2$  のコイルが、図3.128に

示しているような回路を形成している。インダクタンスを持っているコイルの電位差の初期値を  $U_0$  としたとき、回路の最大電流を求めよ。インダクタンス  $L$  のコイル内の磁界のエネルギーは  $L I^2 / 2$ 。

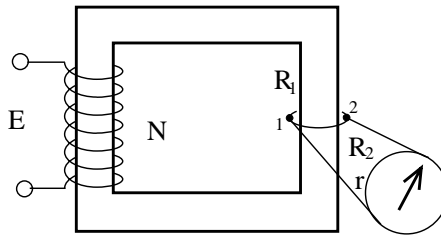


図 3 . 1 2 6

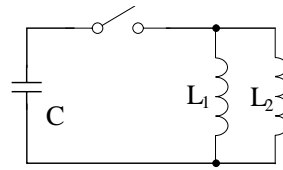


図 3 . 1 2 8

## 第4章 光学

### 第1節 反射。鏡

4.1 長さが $L$ 、高さが $H$ の部屋の壁に平面鏡が吊されている。鏡の掛かっている壁から距離 $l$ の所に立っている人が鏡を見る。この人の背後にある壁の全高をこの人が見るためには、鏡の最小の高さは幾らとすべきか。

4.2 2人が垂直な壁から距離 $l_1$ 、 $l_2$ の所に立っている。彼らの間隔は $l_0$ 。1人が大声で短い言葉を発する。2番目の人が、こだまの先頭と一致して言葉の最後を聞くためには、声を発する人はどれだけの間、言葉を出さなければならないか。音速は $c$ 。

4.3 自動車が長い壁の脇を速さ $v$ で動いている。壁は角度 $\theta$ で車から遠ざかっている。車から壁までの距離が $l$ となったとき、運転手は短い警笛を鳴らす。運転手がこのこだまを聞くまで自動車はどれだけの距離を進むか。空気中の音速は $c$ 。

4.4 凹面の球状金属鏡が太陽の方向を向いて、鏡の中心から鏡の軸上、距離 $l$ 野天に光の焦点が合っている。この時、鏡の温度は $t_1$ 。鏡が温度 $t_2$ まで加熱されるとすれば、像は鏡の中心からどれだけの距離にあるか。鏡は固定されている。金属の温度線膨張係数は $\alpha$ 。

4.5 その断面が半球である半円柱鏡（シリンドリカル鏡）を、鏡の光学軸に平行な一様な光束の中に置く。鏡で反射される光束の経路間の最大角度（分散角度）を求めよ。

4.6 半径 $R$ の球を内側から銀メッキをし、切断面が球の中心から距離 $R/2$ となるようにこの球を切断する。切断によりできた断面円の中心に点光源を置く。この球面鏡によって反射される高角間の最大角度幅を求めよ。

4.7 曲率半径 $r$ の凹面鏡の趣向がくじく上に点光源 $S$ がおいてある。点光源の鏡までの距離は $d = (3/4)r$ 。平面鏡が凹面鏡の主光学軸に垂直においてある。最初、点 $S$ を出た光が片方の鏡で反射され光がもう一方の鏡でも反射され、再び点 $S$ に焦点を結ぶためには、凹面鏡からどれだけの距離 $x$ に、平面鏡を置かなければならないか。

4.8 (1) 半径 $r$ の球面鏡の中心に、点光源 $S$ がある。鏡を水平に真二つに切断し、その上半分を趣向がくじくに沿って距離 $r$ 引き離す（図4.8）。光源の2つの像の間の距離を求めよ。

(2) 球面鏡の中心に光源 $S$ をおく。鏡を真二つに切断する。この2つをもとの状態での鏡の主光学軸から距離 $h$ だけ対象に引き離す。各々の鏡の中の光源の像間の距離を求めよ。

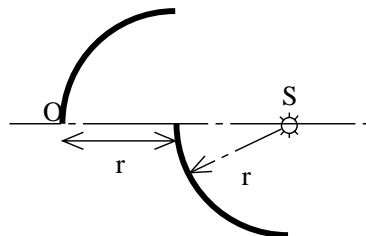


図4.8

4.9 厚さ1 mmのカドミニウム板を中性子線が通過するとき、その粒子数は15%減少するが、その速さは変化しない。中性子線のどれだけの割合が、厚さ8 mmのカドミニウム板を通過するか。

4.10 強度  $I_0$  の光束が平行平板に、その面に垂直に当たる。板を通り抜けた光の強度を求めよ。各々の板の表面での光の反射係数は  $R$ 。板での光の吸収は無視する。

## 第2節 屈折

4.11 平らで透明な板の束に光線が角度  $\theta$  で入射する。各板の屈折率は出射側より  $k$  倍小さい。光はどのような最小入射角であると板の束を通り抜けないか。1番上の板の屈折率は  $n$ 、板の枚数は  $N$ 。

4.12 水槽の上に吊されている光源からの光が、開口角度  $2\theta$  の円錐状に出ている。高さ  $h_0$  の水槽は水で満たされ、その上に水に触れるように厚さ  $h$  の平らなガラスがある。ガラスを取り払い、水を移すと、水槽の底で光の跡の半径はどれだけ変化するか。ガラスと水の屈折率は  $n$ 、 $n_0 (< n)$ 。

4.13 光が伝搬している半径  $r_0$  のパイプに同じ半径の球を閉じこめる。半径  $r (< r_0)$  の球の内部は光の吸収物質で満たされている。吸収領域の外皮は屈折率  $n$  のガラスでできている。光のエネルギーのどれだけの割合が球を通過するか。球の中心と光を吸収する領域は一致している。外皮による光の反射は無視する。

4.14 断面に垂直に光伝送路を伝搬する光が、曲部の表面から外へ漏れ出ないようにするためは、屈折率  $n = 4/3$  の透明物質で作られている光伝送路の曲部の外半径をどのようにしなければならぬか (図 4.14)。光伝送路の直径は  $d = 1 \text{ mm}$ 。

4.15 屈折率  $n = 1.3$  の物質中を細い平行光線が伝搬する。光線の断面積は円形である (図 4.15)。この光線が球状の空洞に出会う。その直径は光軸と一致し、古銭の直径より大きい。空洞の出口で光線は何倍に広がるか。

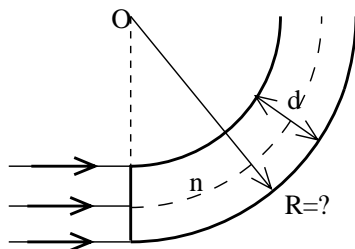


図 4.14

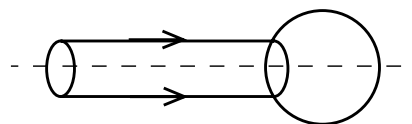


図 4.15

4.16 屈折率  $n$  の液体で満たされた容器の側壁に半径  $r$  の小さい穴が開いて、底から液体が流れ出している。穴の軸に沿って細い光線が水平に進んでいる。液面が穴の上どれだけの高さ  $h$  の時、内部で一度も全反射することなく、光線は流れから出ることができるか。屈折率  $n$  は十分に大きい。流れの断面積の変化は無視する。

4.17 平面上に半径  $r_0 = 0.2 \text{ m}$  の円が描かれている。ガラスの円錐が円の中心にその頂点を押し当て、その軸は平面に垂直になっている。円錐の軸に沿って充分な遠方より円を観察したとき、視認できる円の半径は幾らか。円錐の頂角は  $2\theta = 60^\circ$ 。円錐の基底の半径  $r = r_0 = 0.2 \text{ m}$ 。ガラスの屈折率は  $n (> \sin \theta) = 1.41$ 。

4.18 屈折率  $n$  のガラス半球を、その対称軸に平行に通過する細い光束が、凸面表面から距離  $x$  の所に集光する。逆側から光が進んだとすれば、半球の表面からどれだけの距

離の所に集光するか。光束と主光学軸との間の角度は小さいとみなす。これと次の問題の解答にあたって、角度  $\theta$  は小さくて、 $\sin \theta = \tan \theta = \theta$  とみなす。

4.19 半径  $r$  のガラス球の前に点光源  $S$  を置く。この点光源  $S$  の像  $S'$  が球の反対側の同じ距離にあるようにするためには、ガラス球と点光源の距離はどうとすべきか。ガラスの屈折率は  $n$ 。像は光学軸の近傍にあり、細い光束で作られるものとする。

4.20 両側が平凸レンズで閉じられた完全な円筒容器に水を満たす。レンズの主光学軸は円筒の軸と一致する。レンズの軸に沿って平行光束が入射する。レンズ間の距離がどの様であれば、光束は装置から平行光線として出ることができるか。

4.21 半径  $r = 0.1 \text{ m}$  のガラス球の内部に、その中心から左側の表面付近に点光源  $S$  がある (図 4.21)。球からでた光束の半径が  $r$  となるのは、球の中心から右側にどれだけ距離か。ガラスの屈折率は  $n = 2$ 。

4.22 半径  $r$  のガラス球の内部に、点光源  $S$  があり、全ての方向に等しく光を放射している。球は、 $S$  点から出る光の半分を周りの空間に出している。球の中心から  $S$  点までの距離を求めよ。球による光の吸収は無視する。ガラスの屈折率は  $n = 1.5$ 。

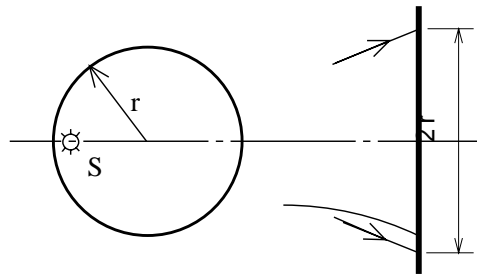


図 4.21

### 第3節 レンズ

4.23 焦点距離  $F_1 = 1 \text{ cm}$ 、 $F_2 = 5 \text{ cm}$  の2つの集光レンズが共通の光学軸を有している (図 4.23)。レンズ間の距離は焦点距離の和に等しい。1番目のレンズに、光学軸に平行に幅  $d = 1 \text{ cm}$  の光束が入射する。2番目のレンズから距離  $F_1 + F_2$  にあるスクリーンにどのような大きさの痕跡が残るか。

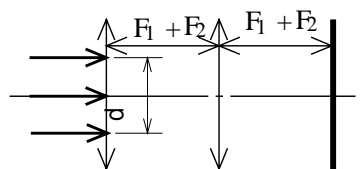


図 4.23

4.24 焦点距離  $F = 5 \text{ cm}$  の集光レンズの主光学軸に沿って、レンズの両側にある2つの光源がお互いに近づいている。1番目の光源の速さは  $v = 2 \text{ cm/s}$ 。最初、これらの光源がレンズから  $l_1 = 20 \text{ cm}$ 、 $l_2 = 15 \text{ cm}$  の距離にあるとき、1番目の光源が2番目の光源の像と出会うまでに、どれだけの時間が経過するか。

4.25 近距離で蟻を撮影するとき、実験者は接写レンズを使用する。この接写レンズはカメラの対物レンズを  $l = 7.5 \text{ mm}$  の距離だけ前方に移動する。即ち、フィルムから

対物レンズまでの距離は  $7.5 \text{ mm}$  だけ長くなる。対物レンズの距離目盛りに、距離  $b = 1.05 \text{ m}$  の値が指示されているとき、ピントの合った像が得られた。対物レンズの焦点距離は  $F = 50 \text{ cm}$ 。蟻は対物レンズからどれだけの距離にいるか定めよ。対物レンズは薄いものとみなす。メモリに示される距離  $b$  は、接写レンズを使用しないときの物体から対物レンズまでの距離を示している。

4.26 絞り付きの集光レンズの主光学軸上、レンズから距離  $l$  の所に点光源がある。レンズの他方側にはスクリーンがあり、そこに光源の像のピントが合う。光源からレンズを更に距離  $d$  だけ遠ざけたとき、スクリーン上の光跡の半径を求めよ。レンズの絞りの半径は  $R$ 、レンズの焦点距離は  $F$ 。

4.27 ランプとスクリーン、それらの間にレンズがある。レンズの位置が 2 箇所の所で、ランプの明瞭な像がスクリーン上にできる。レンズの焦点距離を求めよ。レンズの 2 点間の距離は  $l$ 、ランプとスクリーン間の距離は  $L$ 。

4.28 (1) 厚めの両凹ガラスレンズが水中にある。水中でのこのレンズの焦点距離は  $F$ 。レンズの光学軸上、レンズから距離  $F/4$ 、 $3F/4$  に立っている棒の像の長さを求めよ。レンズの中央部分を不透明な円で遮蔽すると像はどうなるか。その遮蔽の大きさはレンズの表面積の半分である。レンズの内分は空気であり、その器壁は薄い。

(2) 厚めの両凸ガラスレンズが水中にある。光学軸上、レンズに密着している棒の像の長さを求めよ。棒の長さはレンズの焦点距離  $F$  に等しい。レンズの内部は空気であり、その器壁は薄い。にある

4.29 缶に満たされた液体の表面上に焦点距離  $F$  の平凸レンズが浮いている (図 4.29)。レンズから距離  $L$  離れたレンズの光学軸上にある点光源  $S$  の像が缶の底にあるとき、缶中の液面の高さ  $h$  を求めよ。液体の屈折率は  $n$ 、距離  $L$  はレンズの直径より充分に大きい。

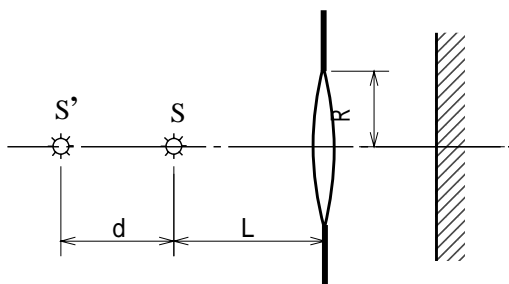


図 4.26

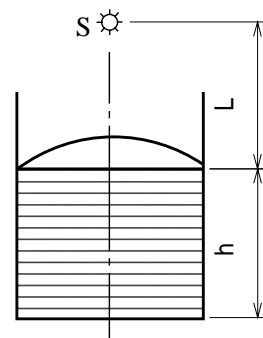


図 4.29

4.30 両凹ガラスレンズが深さ  $h$  の水中においてある。その光学軸は水面に垂直である。レンズに向かって下方に、細い平行光束が向いている。光束は光学軸に沿って伝搬する。光が集光する点のレンズからの距離を求めよ。水中でのレンズの焦点距離は  $F (> h)$ 。水の屈折率は  $n$ 。光束と光学軸との間の角度は小さいとみなす。

4.31 レンズの光学軸  $OO'$  上に、点  $A$  を通り、図の面に垂直な軸の周りに角速度で回転する平面鏡が配置されている (図 4.31)。鏡に平行光線が入射し、反射した後、スクリーン上に結像する。光学軸上にある  $B$  点を光跡が通過する瞬間におけるスクリーン上での光跡の速さを求めよ。スクリーン面は光学軸に垂直である。レンズの焦点距離は  $F$ 。

4.32 ガラス製円錐、レンズ、スクリーンが図 4.32 で示しているように配置され



ている。レンズの光学軸は円錐軸と一致し、スクリーンに垂直である。スクリーンとレンズの間隔はレンズの焦点距離に等しい。光学軸に沿って、細い平行光線が左から円錐に入射している。スクリーン上で、光線の形状と最大の大きさを求めよ。ガラスの屈折率は  $n$ 。円錐の基底と母線の間の角度は  $\theta$ 。角度  $\theta$  は小さい。

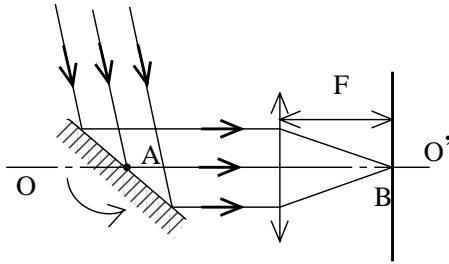


図 4 . 3 1

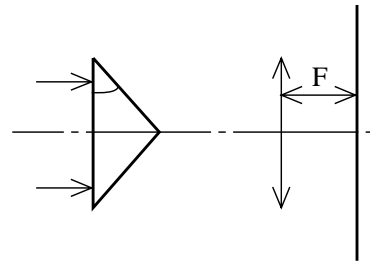


図 4 . 3 2

4 . 3 3 開口角度  $2\theta$  の円錐の頂点を、焦点距離  $F$  を持つルーペレンズを通してみる。レンズはその頂点から距離  $d$  ( $d < F$ ) の所にある。ルーペを通して見る円錐の開口角度を求めよ。レンズの光学軸は円錐軸と一致する。

4 . 3 4 カメラで遠方の物体を撮影する。対物レンズから焦点距離の 3 倍の所に長さ  $2l$  の薄い定規を置く。定規の面はカメラの光学軸に垂直である。対物レンズは直径  $2r$  ( $r < l$ ) の薄いレンズである。フィルム上の像、即ち被写体から出る光束がフィルム上に跡を残す長さを求めよ。

4 . 3 5 カメラと対象物との間隔が  $d$  とし、2通りの方法で撮影する。最初是对物レンズの焦点距離を 3 倍とし、次に 5 分の 1 とする。両方の場合において、フィルム上の像の明るさが同じとするためには、対物レンズの絞りの直径を何倍としなければならないか。両方の場合において、対物レンズの直径は  $d$  より十分に小さいものとみなす。

4 . 3 6 焦点距離  $F$  の対物レンズを用いて、地球から月の撮影をする。半径  $r_1$  の円上の付きのぼやけた像が得られた。付きのピントのあった像は半径  $r_2$  でなければならない。ピントのあった像を得るためには、フィルムをどれだけの距離移動させなければならないか。レンズの極限は  $D$ 。月からの光が到着する領域を像の領域とみなす。対物レンズの絞りによる回折は考慮しない。

4 . 3 7 平行光束が板を通り抜けた後、散乱される (図 4 . 3 7)。板の各点による光の最初の方角からの最大偏向角度は  $\theta$ 。焦点距離  $F$  のレンズを板の後ろに置くと、得られる光跡の最小半径はどれだけか。

4 . 3 8 焦点距離  $F$  の平凸レンズの平面側を銀メッキする。得られた鏡の焦点距離を求めよ。光はガラスの方から入射する。

4 . 3 9 焦点距離  $F$  の同型の 2 つのレンズを、光学軸が角度  $\theta$  をなすように配置し、1番目のレンズの光学軸が 2 番目のレンズの中心を通るようにする (図 4 . 3 9)。1 番目のレンズの光学軸上、距離  $S$  の所に点光源を置く。点光源と、2 つのレンズによりできる像との間の距離を求めよ。レンズ間の間隔は  $F$ 。

4 . 4 0 焦点距離  $F$  の同型の 2 つのレンズを、光学軸が角度  $\theta$  をなし、2 番目のレンズの光学軸が 1 番目のレンズの中心を通るように配置する (図 4 . 4 0)。1 番目のレンズの焦点に点光源  $S$  を置く。点光源と、2 つのレンズによりできる像との間の距離を求めよ。

レンズ間の間隔は  $F$ 。

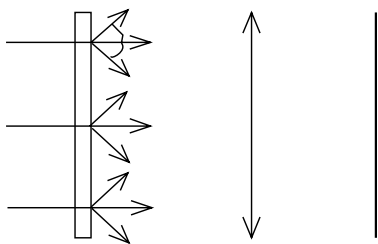


図 4 . 3 7

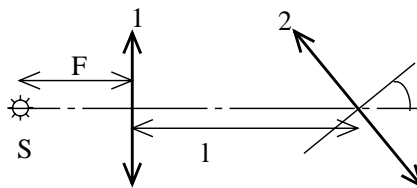


図 4 . 3 9

4 . 4 1 焦点距離  $F$  の同型の 2 つのレンズがお互いに距離  $F$  離れて配置している ( 図 4 . 4 1 )。1 番目のレンズの光学軸は 2 番目のレンズの光学軸に平行で、それから距離  $h$  離れている。1 番目のレンズからその光学軸上距離  $2F$  離れている点光源  $S$  とこれら 2 つのレンズによるその像との間の距離を求めよ。

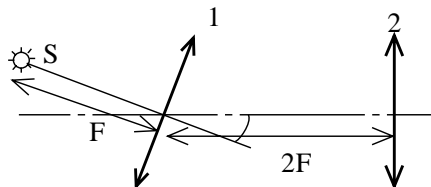


図 4 . 4 0

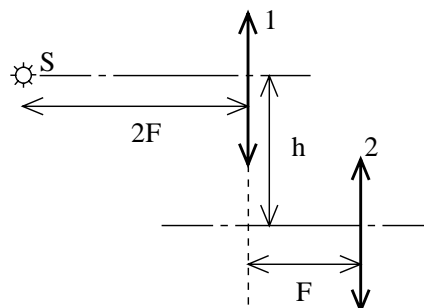


図 4 . 4 1

4 . 4 2 焦点距離  $F$  のレンズの非我利側、距離  $5F/3$  の所に、直径  $D_0 = 2\text{ cm}$  の円形の穴のある不透明スクリーンがある。レンズの右側、距離  $3F/4$  の所には平面鏡がある ( 図 4 . 4 2 )。スクリーンと鏡はレンズの光学軸に垂直であり、光学軸は穴の中心を通っている。左からスクリーンに垂直に平行光線が入射する。スクリーン上の光跡の直径を求めよ。

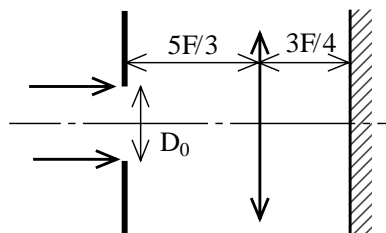


図 4 . 4 2

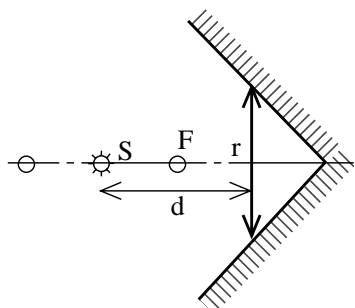


図 4 . 4 3

4 . 4 3 2 枚の平面鏡が角度  $90^\circ$  の 2 枚鏡を作っている。焦点距離  $F$  のレンズをその角度の所に、レンズの光学軸が各々鏡と  $45^\circ$  となるように立てる ( 図 4 . 4 3 )。レンズの半径は  $r = F$ 。レンズの光学軸上、距離  $d = 1.5F$  の所に点光源  $S$  がある。光学軸上にできる光源の像の片方の位置を求めよ。

4.44 焦点距離  $F$  のレンズと頂角が  $90^\circ$  の円錐鏡でできているシステムで、天候眼  $S$  の像を求めよ (図 4.44)。円錐の軸はレンズの軸と一致している。円錐の頂点とレンズとの距離は  $2F$ 。光源とレンズとの距離は  $3F/2$ 。

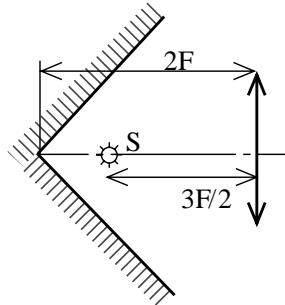


図 4.44

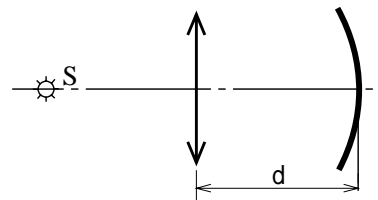


図 4.45

4.46 焦点距離  $F$  のレンズと半径  $R$  の球面鏡からできている光学系がある。球の中心は光学軸上、レンズから  $d$  の距離離れている (図 4.46)。光学軸上にある点光源  $S$  の像が自分自身と一致するためのレンズから点光源までの距離を求めよ。

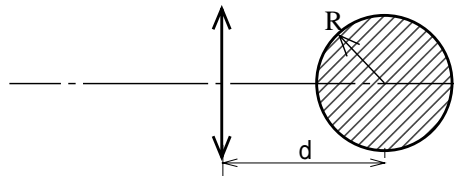


図 4.46

#### 第 4 節 光度測定法

4.47 机の上  $h$  の高さに明るく輝くランプが吊されている。机の照度が  $n$  分の 1 倍小さくなるのは、ランプの真下の机の点からどれだけの距離となるか。

4.48 2 枚の平面鏡が角度  $90^\circ$  で 2 面鏡を作っている。点光源  $S$  を図 4.48 のように鏡から  $l$  と  $2l$  の所に置く。垂直の鏡から距離  $2l$  の所に、それに平行にスクリーンを置く。水平の鏡からは距離  $l$  離れているこのスクリーン上の点の照度を求めよ。光源の輝度は  $J$ 。

4.49 スクリーンがその面に垂直に入射する太陽光で照らされている。光の経路上に、頂角  $\theta$  のガラスプリズムを置く (図 4.49) と、スクリーンの照度はどのように変化するか。光の入射する面はスクリーン面に平行である。ガラスの屈折率は  $n$ 。プリズム面からの反射はないものとする。

4.50 歪んだ形状の平面鏡の破片  $A$  により、垂直の壁上の点  $B$  と  $C$  で、太陽光の木漏れ日が光っている。  $B$  点での光の斑点は円形であり、その中心での照度は、散乱光でのみ照らされた壁の部分より 2 倍大きい。  $C$  点に当たっている光の斑点の照度はいかほどか。光線  $SA$ 、 $AB$ 、 $AC$  は同じ垂直面内にあり、 $AB$  は水平、角度  $SAB = \text{角度} BAC = 45^\circ$ 。

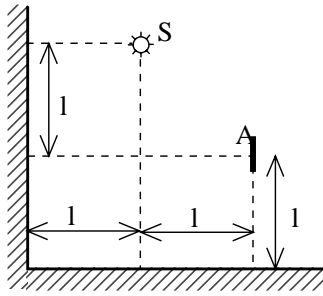


図 4 . 4 8

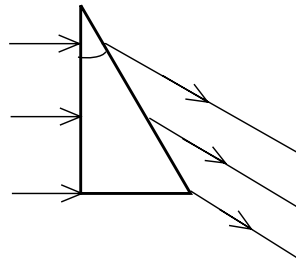


図 4 . 4 9

4 . 5 1 半径  $r$  の球面鏡の前方、その焦点に点光源  $S$  が有り、光源から  $l$  の距離に小さい板が置いてある。その面は鏡の光学軸に垂直である ( 図 4 . 5 1 )。板の左右の照度の関係を求めよ。板は光学軸の上方高さ  $h$  の所にある。

4 . 5 2 満月における照度は、日中の照度の何倍か。月と太陽は水平線の上に同じ高さにあるとする。月は自分に入射する太陽光の  $\frac{1}{2} = 0.07$  分を平均して散乱し、真球とみなす。月から地球までの距離は  $l = 4 \times 10^5 \text{ km}$ 、月の半径は  $r = 2000 \text{ km}$ 。

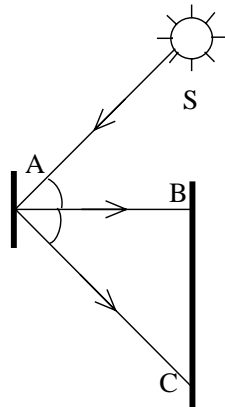


図 4 . 5 0

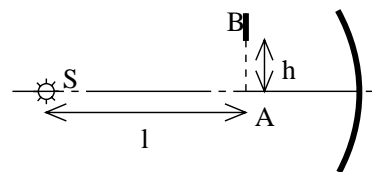


図 4 . 5 1

## 第5章 設問と評価

ここにおける「設問と評価」は学生の大半にとって、新しい形式の問題である。課題の解決のためには、考察中の課題の物理現象を理解し、この現象の簡単な物理モデルを構築し、物理量などの意味ある値を選び出す必要がある。結果として、現実に対応する結果を得なければならない。

5.1 走りながら砲丸を投げると、どれだけ遠方まで投げられるか、評価せよ。

5.2 軽くて着心地の良い宇宙服を着た宇宙飛行士は、月面上をどれだけの速さで駆け回ることができるか、評価せよ。

5.3 満杯の浴槽からの水の流出時間について評価せよ。

5.4 高度10 kmを飛んでいる飛行機に乗っている乗客が、日の出を見る。飛行機の直下の地表にいる観測者は、どれだけの時間が経過した後、日の出を見るか、評価せよ。

5.5 高度差1 kmの断崖の所で、全速で走ってきた車が自由落下する。着地するまでにこの車がひっくり返る回転数を評価せよ。

5.6 水平に超音速飛行している飛行機が、飛行経路の上空100 mの所にそびえ立つ障害物と出会う。衝突を避けるために、パイロットが高度を稼ぎ始めなければならない障害物からの最短距離を評価せよ。

5.7 赤道上で、真上に発射された砲弾は、最高点で垂直線からどれだけの方向に変位するか、評価せよ。

5.8 ヘリウムが満たされた気球の大きさを評価せよ。気球の荷物揚力は100 tとする。

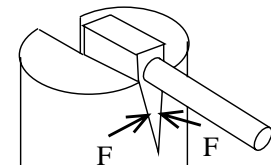
5.9 湖の上で、低空でホバリングしているヘリコプターの下の水面の穴の深さを評価せよ。

5.10 海洋の全ての水が蒸発したとすれば、大気圧はどの様になるか評価せよ。

5.11 深さ10 kmの坑道における空気圧を評価せよ。

5.12 水上スキーで滑ることのできる最小の速さを評価せよ。

5.13 自転車で坂道を登坂するとき、チェーンの張力を評価せよ。



5.14 木こりがマサカリを丸太に振り下ろした。マサカリは丸太に半分まで埋り込んだ(図5.14)。マサカリの刃が締め付けられている力を評価せよ。

図5.14

5.15 濡れた下着が肩ひもで物干し竿に吊されている。肩ひもの張力を評価せよ。

5.16 水の入ったバケツを、手に持って、その水がこぼれないように垂直面内で回転する。最低どれだけの周期で回転させなければならないか評価せよ。

- 5 . 1 7 体操選手が鉄棒で大車輪回転を行う。最下点にあるとき、彼はどれだけの力を鉄棒に作用しているか、評価せよ。
- 5 . 1 8 頭の中で、下げ錘（垂直方向を定める鉛の錘付き糸）に沿って真っ直ぐに進むとしよう。この直線は、地球の中心からどれだけの距離離れるか。中緯度で評価せよ。
- 5 . 1 9 海洋の表面から地球の中心までの距離は、極点と赤道でどれだけ違っているか、評価せよ。
- 5 . 2 0 太陽の平均物質密度を評価せよ。
- 5 . 2 1 開花したパラシュートで降下中のスカイダイバーの速さを評価せよ。
- 5 . 2 2 バスをひっくり返すことができる風の最低の速さを求めよ。
- 5 . 2 3 前進中の自転車の前輪が穴に落ち込んだ。乗り手が自転車とともに頭からひっくり返る時の自転車の最低速さを評価せよ。
- 5 . 2 4 よそ見をしている自転車乗りが、垂直な壁に正面衝突した。タイヤが金属製リムまでこの衝撃で変形する場合の自転車の最低速さを評価せよ。
- 5 . 2 5 速さ  $v = 30 \text{ km/h}$  で動いている自動車が電柱に衝突し、ボンネットに深さ  $l = 30 \text{ cm}$  のへこみができるとき、車中の運転手を支えている安全ベルトの張力を評価せよ。
- 5 . 2 6 トラックが道路上で、等速運動から急ブレーキをかけたとき、トラックの前輪にかかる圧力の変位を評価せよ。
- 5 . 2 7 トラックの急ブレーキの際に、熱として放出される仕事率を評価せよ。
- 5 . 2 8 競輪のゴールに際して、自転車乗りがどれだけの馬力を出しているか評価せよ。
- 5 . 2 9 地表近傍で、雨滴が距離  $1 \text{ m}$  を飛行する際における空気抵抗の力のなす仕事率を評価せよ。
- 5 . 3 0 バッタが跳躍する際に出す馬力の、その質量に対する関係を評価せよ。
- 5 . 3 1 釘をハンマーの打撃 5 回で壁に打ち込んだ。これを引き抜くためには、首の頭にどれだけの力を加えなければならないか、評価せよ。
- 5 . 3 2 2 階の窓から跳躍して着地する際に、人の足が出す平均の力を評価せよ。
- 5 . 3 3 砲丸の投てきの際における選手の力を評価せよ。
- 5 . 3 4 仰向けに置いてあった熊手の刃を人が踏んでしまった。熊手の柄が人の頭を打つ速さを評価せよ。
- 5 . 3 5 紙の上で文字をボールペンで書くときのペンの圧力について評価せよ。

- 5.36 下方を滑らかなピストンで閉じられた長いパイプに弾丸を装填し、バイカル湖に沈める。水圧は弾丸を最大どれだけの速さまで加速するか、評価せよ。
- 5.37 潜水艦の船体に小さな穴が開いた。それから流れ込む海水の速さを評価せよ。
- 5.38 射撃の際に発生する銃身内の火薬気体の圧力について評価せよ。砲身から出る際の弾丸の速さを  $800 \text{ m/s}$  としてみよ。
- 5.39 小口径のライフル銃から飛び出す鉛製の弾丸が、標的とした鉄板に衝突するときの仕事率評価せよ。
- 5.40 雨滴が静止している壁への衝突の際に、約  $106 \text{ Pa}$  の圧力を与える。雨滴はどれだけの速さで飛んでいたのか。
- 5.41 地球の中心での圧力を評価せよ。
- 5.42 散水自動車がブレーキをかけた際のタンク内の最大圧力を評価せよ。自動車の速さは  $v = 30 \text{ km/h}$ 、制動距離は  $l = 5 \text{ m}$  としてみよ。
- 5.43 薪に投げ込まれた薬莢から飛び出した弾丸の速さを評価せよ。この薬莢を武器に装着したときの弾丸の速さを  $800 \text{ m/s}$  としてみよ。
- 5.44 教室内の空気分子の全運動エネルギーに等しいエネルギーを、室温の水に与えるとすれば、どれだけの質量の水を沸騰まで加熱させることができるか、評価せよ。
- 5.45 もし、突然水分子間の相互作用が消失したとすれば、水の入った栓付の瓶はどれだけの速さを獲得するか、評価せよ。
- 5.46 地面に横たわっているサッカーボール内部の全ての空気分子が、ある瞬間、垂直上方向の速度を持ったとしよう。ボールはどれだけの高さまで飛び上がるか、評価せよ。
- 5.47 地球の大気中の酸素のどれだけの部分が、20億トンの石炭（この数値は1年当たりの石炭の世界生産量にほぼ近い）の燃焼において消費されるか。
- 5.48 室内で、空気の側から人間に作用している力を評価せよ。
- 5.49 講義室の温度を  $10^\circ\text{C}$  上昇させると、どれだけの質量の空気が講義室から流れ出すか、評価せよ。
- 5.50 照明用電球は薄くて脆いガラス球で作られ、内部に不活性ガスが充填されている。どのような考えをもとにして、充填するガスの圧力が選択されているのか。この圧力を評価せよ。
- 5.51 缶の中一杯に質量  $m = 100 \text{ g}$  の氷の塊が入り、その上から蓋が密着して閉じている。氷が溶けた後、間から蓋を引き離すために必要な最小の力を評価せよ。
- 5.52 背中に吸い付けられている医療用吸い付き弾を背中から引き離すために必要な力評価せよ。
- 5.53 松林の中を去っていく明るい服を着た人を、どのくらいの距離で見失うか、評

価せよ。藪はない。

5.54 サッカーで強烈なシュートをする際、選手の足とボールとの衝突の時間を評価せよ。

5.55 空気マットレスを真ん中で90°折り曲げるために、マットレスの端に加えなければならない力を評価せよ。

5.56 サウナの炉中の赤熱した石に、杓子から水を少し注いだ。サウナ室内の圧力の変化を評価せよ。

5.57 散弾の弾がポンプのソース内に入り込んだ(図5.57)。ポンプの取っ手に力を加えたとき、この弾の飛び出す速さを評価せよ。

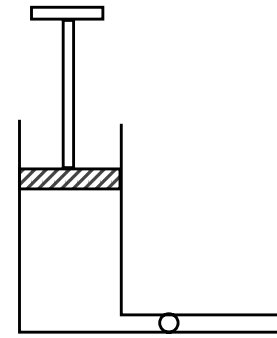


図5.57

5.58 パイプを通して、口で吹き飛ばす空気の速さを評価せよ。

5.59 側壁に1cmの穴が開いた有人衛星の内部の圧力が半になる時間を評価せよ。

5.60 自転車用空気入れの何往復で、サッカーボール内に必要な圧力まで空気を付けることができるか、評価せよ。

5.61 子供の玩具である空気風船を熱い空気で膨らませる。風船内部の温度が幾らになれば、風船は浮き上がるか評価せよ。

5.62 爆発物1tの水深1kmでの水中爆発において形成される空洞の最大半径を評価せよ。爆発物1gの爆発エネルギーは約4Jとする。

5.63 人間の目の網膜表面で、光感覚細胞同士の最近接距離を評価せよ。

5.64 映画フィルムの解像度の性能は、フィルム面上に塗布されている感光剤の結晶の大きさに依存している。従って、結晶を微細化することで、解像度を増大させることができる。映画館のスクリーン上で、観客が像の鮮明度が増大したことに気が付くようになる結晶の限界の大きさを評価せよ。

5.65 2本の鉄道の線路が一体となって見えるのはどれだけの距離か評価せよ。

5.66 人の目の網膜上での、講義室の黒板の所に立っている人の像の大きさを評価せよ。

5.67 眼鏡のレンズは、大洋から来る光のエネルギーを単位面積当たり何倍増加させるか、評価せよ。

5.68 LPレコードの音声記録溝の大きさを評価せよ。



演示問題においては、講義室内で実演をしながら物理現象を説明することになる。ここで重要なのは、現象の本質を理解し、様々な要因の中から重要な因子を引き出し、指摘することである。

6 . 1 糸で天井から垂直に吊されている釘ある。この釘に磁石を横から近づけると、傾斜することを説明せよ。

6 . 2 釘を曲げたり、その軸の周りに回しながら引き抜くと、釘が簡単に引き抜けることを説明せよ。

6 . 3 図 6 . 3 を見よ。糸で吊された球が、水平方向に動いている円形の物体と衝突する。球が円形物体との衝突後、球の反発の様子を説明せよ。

6 . 4 高いところから転がってくる球 1 が並んでいる 2 つの球 2 , 3 の所にやってくる。その後、左端の球 3 が突き放され、球 1 , 2 は停止する。実験に変更を加える。球 1 は球 2 までやって来ないで、それらの間においた厚いゴムパッキンにやって来る ( 図 6 . 4 )。ゴムパッキンを経由しての衝突では、球 2 , 3 は一緒に突き放される。前半と後半における球の動きの相違について説明せよ。

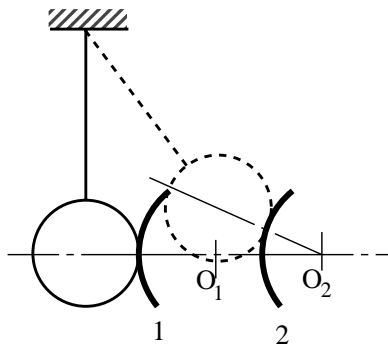


図 6 . 3



図 6 . 4

6 . 5 机の上を滑ることができる台に、糸付きの錘が吊されている。一方向に糸で引っ張り、錘を揺らす。これを 2 通りの方法で行う。最初の場合 ( 図 6 . 5 a ) は、傾いた状態から振り子の運動は自由に行われる。2 番目の場合 ( 図 6 . 5 b ) は、台の中心付近に付けた障害物で振り子の運動は制限される。これら 2 つの場合において、台の動きの特徴の相違について説明せよ。

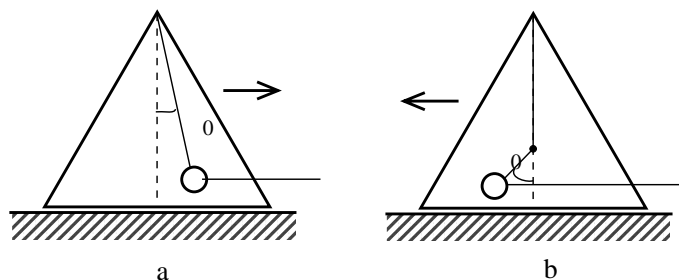


図 6 . 5

6 . 6 斜面上に木片があり、それに滑車を通した糸が固定されている。糸の下端には錘が固定されている ( 図 6 . 6 )。吊されている錘を自由にしても木片は動かない。が、錘

を小刻みに揺り動かすと、木片が動き始める。現象を説明せよ。

6．7 斜面上に、3本のローラーが等間隔に配置している。両端のローラーは簡単に空回りをし、真ん中のローラーは固着している。真ん中と下のローラーの間に角材を載せると、角材は滑り落ちる。だが、角材を上と真ん中のローラーの間に載せると、角材は滑り落ちない。現象を説明せよ。

6．8 円筒型容器1が、プラスチック軸2に被さっている(図6．8)。混合燃料4を転化するため、軸に沿って電気回路3の導線が導かれている。まず始めに、円筒型容器がない状態で、混合気体に点火を実演する。そして、円筒型容器を被せる。1番目の処方として、軸を軽いバネ状の導線5に固定する。混合気体に点火する。円筒型容器は飛び去る。2番目の処方として、軸をバネではなく、重い台に固定する。点火すると円筒容器は非常に高く飛び去る。この効果を説明せよ。

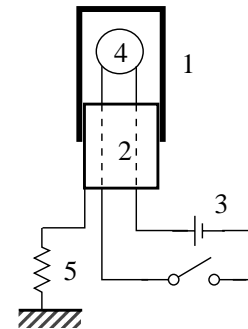


図6．8

6．9 水の入った容器の下に接続されているホースは、2つの同じ大きさの穴で終わっている。2つの穴を開放すると、同じ高さの2つの噴水が流れ出る。穴の片方を閉じると、他方の噴水の高さは初めは極めて大きくなるが、直ぐに小さくなり、最初の場合と同じでとどまる。この現象を説明せよ。

6．10 垂直に置かれた上部が密閉されたシリンダに、下部から滑らかなピストンを差し入れる。このピストンに錘を固定すると、ピストンは簡単にシリンダから抜け落ちる。しかし、シリンダ内に水を入れると、重い錘としてもピストンは殆ど動かなくなる。現象を説明せよ。

6．11 水が少しは言っている密閉容器内に、玩具の潜水夫が浮いている。容器にパイプを付ける。パイプから空気を吹き込むと潜水夫は沈む。吹き込みを止め、パイプを開放したままにすると、潜水夫は浮き上がる。が、時折潜ったままとなる。玩具の振る舞いを説明せよ。

6．12 バーナーの炎がくすぶっている。垂直なガラスパイプを上にとくと、煤は姿を消すが、しかし、パイプの上端を閉じると、再び現れる。現象を説明せよ。

6．13 2本の同型の瓶がほぼ完全に水で満たされている。そのうちの1本に、パイプの上端の穴を手で閉じながら、そこまで達するように瓶に差し入れる。2本の瓶を同時に逆さまにし、それと同時に、閉じていたパイプの穴を解放する。パイプの付いた瓶の方が早く水が流れ出る。現象を説明せよ。

6．14 可動ピストンで閉じられた容器内に、気体とアセトンでしめらせた綿が入っている。ピストンを下げ、容器内の体積を圧縮する。容器内の圧力の変化特性を説明せよ。圧力は液体圧力計で測定するものとする。

6．15 詰めたいフラスコに熱湯を注ぎ、その口に風船を取り付ける。フラスコを揺り動かして止めると、風船は膨らむが、その後縮む。再びフラスコを揺り動かすと、膨張効果が繰り返されるが、少し弱くなる。現象を説明せよ。

6．16 2つの同型の容器を、熱湯で同じ温度まで加熱する。この際、水で注ぎ洗いをしておき、他方は乾いたままである。この後、口を下にして、2つの容器を冷水につける。冷却が済んだ後、容器内に引き込まれた水の量が顕著に異なる。現象を説明せよ。

6 . 1 7 沸騰水の入ったフラスコとコンロから外す。沸騰が停止する。大きめの銅棒が貫いているゴム栓でフラスコの口をしっかりと締め留と、沸騰再開する。現象を説明せよ。

6 . 1 8 着色された液体の入った容器に細いガラス管が立ち、液中が見えるようになっている。加熱用コンロに容器を載せて加熱する。管中の液柱の高さは最初は下にさがるが、その後上昇する。現象を説明せよ。

6 . 1 9 ??一定電圧下にあるZ字型の回転器具の回転が、器具と電氣的接触のある導電性の骨組みを被せると何故停止するかを説明せよ。

6 . 2 0 平板コンデンサの電極間に軽い金属球を吊す。コンデンサに一定の電圧を加えると、電極の一方に引きつけられ、それに触れ、それから他方に押しやられる。このような飛び移りが短時間に繰り返される。現象を説明せよ。

6 . 2 1 接地した金属球と帯電した金属球の間に、帯電していない金属球を絶縁糸で吊り下げる。帯電球の移動に伴う非帯電球の動きを説明せよ。

6 . 2 2 導電性の車輪が垂直面内で、車軸の周りに自由に回転することができる。車輪の軸とそのリムの間に、一定の電位差がある。車輪に磁石を近づけると、車輪は回転し始める。磁石の極を変更すると、回転の方向は逆に変わる。現象を説明せよ。

6 . 2 3 コイルに鉄製の棒を差し入れる。棒にリングを被せる。最初、リングは緊密なアルミニウムで、その次にはすかすかのアルミニウムで行う。コイルの交流を流すと、リングの振る舞いは全く異なる。現象を説明せよ。

6 . 2 4 2つの磁気コイルを、それらの軸が一致するよう近接して配置し、交流を流す。コイルの間に、順番に銅板と鉄板を差し入れる。コイルの間に銅板を差し入れたときには、引っ張り合っていたコイル同士が反発するのは何故か。銅板の代わりに鉄板を差し入れると、この様子が変わるのは何故か。

6 . 2 5 銅線でできたコイルを永久磁石の磁極の間に振動させる。コイルの両端を開放したときと短絡したときで、どの様に振動が異なるか。観測される現象を説明せよ。

6 . 2 6 実験台の上に、2つの拡声器（音源）がある。最初、片方の拡声器のスイッチを入れ、そして切る。次に、他方の拡声器のスイッチを入れ、そして切る。両方の拡声器の音の大きさと高さは耳で聞いて同じである。両方の拡声器を同時にスイッチを入れると、音の大きさがゆっくりと振動するのが聞こえる。この振動は何故起こるのか。

6 . 2 7 音波の振動数の交流が流れている弦に沿って磁石を動かす。弦の音の大きさが変化する。この現象を説明せよ。

6 . 2 8 円筒パイプ内に、その一端に取り付けている拡声器1を使用して一定振動数の音波の振動が発生している（図6 . 2 8）。ピストン2の移動でパイプの長さが変わる。パイプの側壁にマイク3があり、増幅器4を系津市手パイプからの信号を拡声器5に送る。ピストンを移動させると、拡声器5の音声の大きさが何故変化するのかを、説明せよ。この実験装置を、パイプ中の振動過程のパラメータの決定のために利用できるであろうか。

6 . 2 9 音声周波数の発振器11から電圧を拡声器2とオシロスコープの水平偏向板に送る（図6 . 2 9）。オシロスコープの垂直偏向板には、拡声器2で発生する音波の受信

器であるマイク 4 からの信号を送る。拡声器 4 に相対的にマイク 2 の移動に伴うオシロスコープの画面上で観察される変化の原因について説明せよ。この実験装置を音速を定めるために使用することができるか。

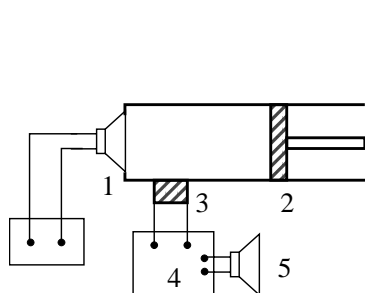


図 6 . 2 8

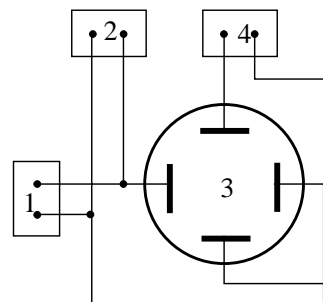


図 6 . 2 9

6 . 3 0 2つの誘導コイルと電球でできている電気回路に交流電源を接続する。コイルの片方に、鉄製の挟み物を入れると、電球の輝度が上がる。他方のコイルの入れると、電球の輝度は低下する。このような電気回路を作図せよ。また回路の動作の現象を説明せよ。

6 . 3 1 電球を同じ輝度で光らす電圧の異なった2つの電源がある。誘導コイルの出力端子への短時間の結線で、片方の電源もに強いアーク放電をする。観察される現象を説明せよ。

6 . 3 2 図 6 . 3 2 で示している回路に結線された電球はスイッチ 2 を閉じたときより、スイッチ 1 を閉じたときの方が弱く光るのは何故か。

6 . 3 3 円周付近に1個の目印を書き入れた円盤が回転し、パルス光のランプ（ストロボランプ）で照らされる。ランプの光のもとで、3つの目印が120°の角度で配置しているのが見える。観察したこの様子から、円板の回転速度を求めよ、ランプのパルス周期は既知である。

6 . 3 4 2枚の平らで平行な鏡の間に、光源 - 電球を置く（図 6 . 3 4）。電球をつけると、スクリーン上に明暗の縞が現れる。実験の様子を描写し、現象を説明せよ。

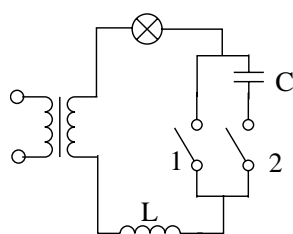


図 6 . 3 2

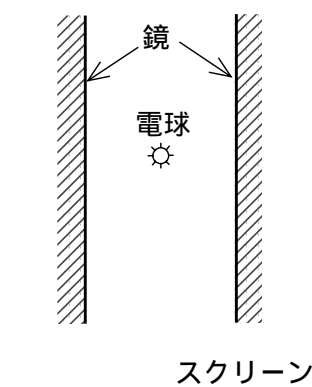


図 6 . 3 4

6 . 3 5 平らで薄いガラス板の束を通過して光が水に入射し、スクリーン状に文字を作る。水がないとこの文字は消える。効果を説明せよ。

6 . 3 6 光源にスイッチを入れ、受光素子の電流を調整する。その後、光路上に厚くて平らで透明なガラス板を置く。最初は光源は通常の白熱電球である。その後に、光源として平行光線源を用いる。前者では、板を入れた後では光電流は増大し、後者では減少する。効果を説明せよ。、

6 . 3 7 レンズを通して光がスクリーンに当たると、明るいリングで縁取られた黒い輪がよく見える。観測される現象を説明せよ。

6 . 3 8 白熱電球のフィラメントが対物レンズでスクリーン上に投射されている。レンズを不透明に材料でできた帯で隠す。最適なピントが合う位置から電球を動かすと、像は特徴的な変化をする。観察される現象を説明せよ。

6 . 3 9 ランプとレンズの間に、水の入った壁の平らなパットがおいてある。スクリーンにランプのフィラメントのピントのあった像が見えている。パットを取り去ると、像は不鮮明になる。現象を説明せよ。

6 . 4 0 ぴかぴかの缶詰缶に、平らな凹みがあり、そこからスクリーン上に光が反射している。缶に冷たい液体を注ぐ。反射光が消失する。現象を説明せよ。

6 . 4 1 厚いガラス板の上に、微少角度で細い光束を入射させると、スクリーン上に異なった明るさの光跡が幾つか見える（図 6 . 4 1 ）。現象を説明せよ。



図 6 . 4 1

6 . 4 2 レーザー光が透明で平らな板に垂直に入射する。板の表面は光を全方向に散乱するようになっている。板上には次のような模様が見られる。中央にまぶしい点。明瞭な輪郭境界のある暗い輪と、この輪の外に明るい光の輪。現象を説明せよ。

6 . 4 3 ミルクの入った垂直円筒形のガラス容器に、細くて強い光束を、容器の軸に沿った方向から通過させる。また軸に垂直な方向からも通過させる。それらの強度を記録しておく。その後、ミルクを希釈すると、軸方向に沿った光の強度は変化がなく、垂直方向の光の強度は極めて大きくなる。現象を説明せよ。