メレージン解答学生配布用

第１章　力学

１節　静力学。運動の相対性

１．１　$u_2=u_1/\tan 30°=10\cot 30°\,m/s=17m/s$

１．２　$t=\pi R(c_1+c_2)/(2c_1c_2)$

１．３　$t=l/(c_2-u_2)^{1/2}=11s$、$c>u$

１．４　$t_1/t_2=(1-(u/v)^2)^{-1/2}$、$u<v$

１．５　$v=c(\tau_0-\tau)/(\tau_0+\tau)$

１．６　$l_2=(\omega^2R^2t^2+l_1^2)^{1/2}$

１．７　$\tan\alpha_\pm=(-\tan\phi\pm M(\tan^2\phi+1-M^2)^{1/2})(1-M^2)^{-1}$、但し、$M=v/c$

１．８　$t_\pm=(v/a)(1\pm(1-2al/v^2)^{1/2})$

１．９　$\tau=(t_2^2+2t_1t_2-t_1^2)/(2(t_1-t_2))$

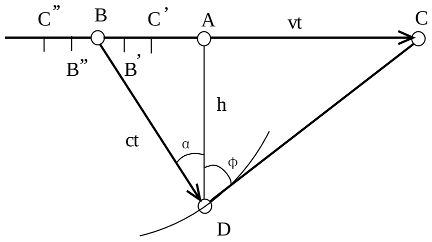

図1．7

１．１０　$t=(v_1v_2)^{1/2}/g=2s$

１．１１　$k=l/(gt^2)=0.1$

１．１２　$\tau=t-l/(v\cos\alpha)=1.2s$

１．１３　$h=(2u/g)(v\cos\alpha-u)\tan^2\alpha$、$v\cos\alpha>u$

１．１４　$l=5m$

１．１５　$v_{min}=\cot\alpha\cdot g\tau/2=5m/s$

１．１６　$m=(M/2^{1/2})\sin(\pi/4-\alpha')$、
　　　　但し、$\alpha'=(1/2)\,\mathrm{asin}(Rg/v^2)$

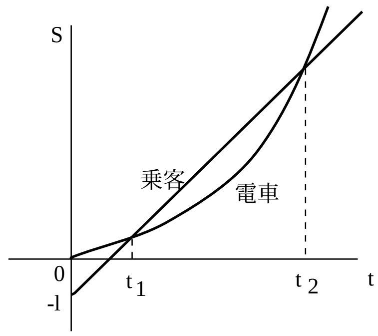

図1．8

１．１７　$\alpha=45°$

１．１８　球の質量の半分が円錐に落下する。

１．１９　$u_\perp=(v'_2-v_2)^{1/2}$
　　$=(u(u-2v))^{1/2}$、　ただし$u\geqq 2v$

１．２０　$N=nd\pi R^2/\cos\alpha$
　　　　$=\pi ndR^2(1+(u/v)^2)^{1/2}$

１．２１　（a）衝突回数は２０回、$v=33cm/s$、
　　　　（b）衝突回数は１９回、$v=17cm/s$

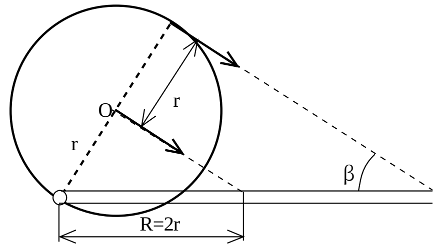

図1．17

１．２２　$v=2(2gh)^{1/2}$

１．２３　$t_1=(v_0+(v_{02}+2gh)^{1/2})/g$、
　　　　$t_2=(v_0+3(v_{02}+2gh)^{1/2})/g$、
　$t_n=(v_0+(2n-1)(v_{02}+2gh)^{1/2})/g$

１．２４　$s_n=g\sin\alpha\cdot t_{n2}/2=(2n-1)^2\cdot h\tan\alpha$、$s_5=8.1m$

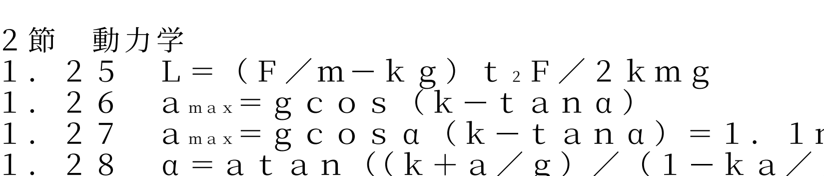

図1．22

図1．23

２節　動力学

１．２５　$L=(F/m-kg)t_2F/2kmg$

１．２６　$a_{max}=g\cos(k-\tan\alpha)$

１．２７　$a_{max}=g\cos\alpha(k-\tan\alpha)=1.1m/s^2$

１．２８　$\alpha=\mathrm{atan}((k+a/g)/(1-ka/g))$

１．２９　$f=(mg/2)\sin 2\alpha$

１．３０　$k\geqq\tan\alpha$のとき、$F_{min}=mg(k^2\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)^{1/2}$、
　　　　$k<\tan\alpha$のとき、$F_{min}=0$、

1．31　$T=(k_2-k_1)(m_1m_2/(m_1+m_2))\,g\cos\alpha$、
　ただし、$k_2>k_1>\tan\alpha$

1．32　$T_i=F(1-i/n)$、　$i=1,2,\cdots,n-1$

1．33　$F\cos\alpha>k(mg+F\sin\alpha)$のとき、
　$a=(F/m)(\cos\alpha-k\sin\alpha)-kg$、
　$F\cos\alpha\leqq k(mg+F\sin\alpha)$のとき
　$a=0$。

1．34　$F\sin\alpha<mg$、　$F\cos\alpha>k(mg-F\sin\alpha)$のとき
　$a=(F/m)(\cos\alpha+k\sin\alpha)-kg$、
　$F\sin\alpha<mg$、　$F\cos\alpha\leqq k(mg-F\sin\alpha)$のとき
　$a=0$、
　$F\sin\alpha>mg$のとき
　$a=(F/m)\cos\alpha$、$a'=(F/m)\sin\alpha-g$

1．35　$T=m_2(a+g)$、ただし$km_1>m_2$

1．36　$a=g(\sin\beta-k\cos\beta/\sin\alpha)$、但し$\tan\beta>k/\sin\alpha$、
　$a=0$、　　　　　　　　　但し$\tan\beta<k/\sin\alpha$

1．37
　滑りがある場合（$a'>0$）を考察して
　$T=(m_1m_2/(m_1+m_2))((a^2+g^2)^{1/2}+kg-a)$、
　$(a^2+g^2)^{1/2}>kgm_2/m_1-am_1/m_2$。
　滑りがない場合（$a'=0$）を考察して
　$T=m_2(a^2+g^2)^{1/2}$、
　$(a^2+g^2)^{1/2}\leqq kgm_2/m_1-am_1/m_2$。

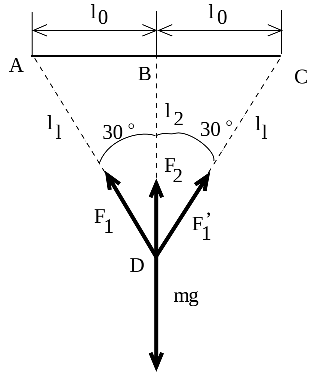

図1．38

1．38　ベクトル$a=-$ベクトルF_1/m、
　$a=g/(2\cdot3^{1/2}-1)$

1．39　$x=((m_0+m_1)(m_1+m_2)x_1+$
　$(m_0+m_2)m_1x_2)/(m_1(m_0+m_1+m_2))$

1．40　$l_{max}=4l_0$

1．41　右方向へ

1．42（1）$p=p_0+(Mg+2(2gh)^{1/2}mn_t)/S$
　（2）$p=p_0+g(Nm+M)/S$

3節　回転運動。　振動

1．43　t／（t－[t]）　687／45　16年
これは近似値である。従って、15年～17年毎に大衝が観測できると言ってよい。

1．44　$\omega_{min}=(2^{1/2}g/r)^{1/2}$

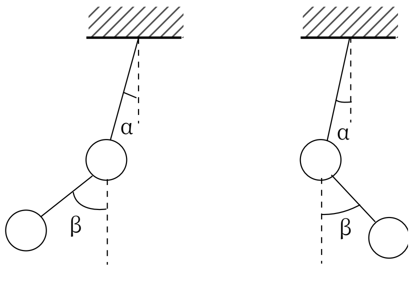

図1．45

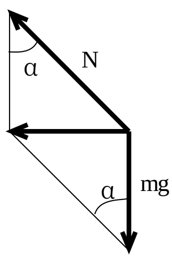

図1．46

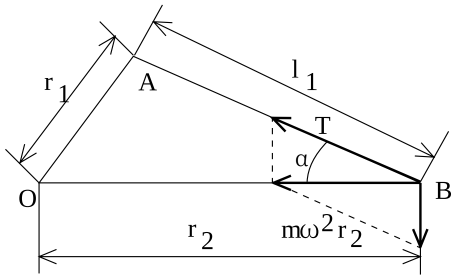

図1．50

1．45
　$\alpha<\beta$のとき、$\omega=((g/l)\tan\beta/(\sin\alpha+\sin\beta))^{1/2}$
　$\alpha>\beta$のとき、$\omega=((g/l)\tan\beta/(\sin\alpha-\sin\beta))^{1/2}$

1．46　$v=(rg\tan\alpha)^{1/2}$

1．47　$L_{max}=v^2/g=nl$

1．48　$x=m\omega^2l/(2\kappa-m\omega^2)$
　$2\kappa<m\omega^2$のとき、釣り合いは不安定である、
　$2\kappa>m\omega^2$のとき、安定である。

1．49　$T_1=m_1\omega^2l_1$、$T_2=(m_1l_1+m_2l_2)\omega^2$

1．50　$T=2mr_2{}^2l\omega^2/(r_2{}^2+l^2-r_1{}^2)$

1．51　$T=(m_1m_2/(m_1+m_2))v^2/l$

1．52　$\omega=(2\kappa(1-(2/3)^{1/2})/(M-m))^{1/2}$

1．53　$\tan\alpha>k$のとき、
$v=((Rg)^{1/2}/\cos\alpha)((\sin\alpha/k)^2-\cos 2\alpha)^{1/4}$

1．54　$\sin\alpha>2/3$のとき、$N_x=mg\cos\alpha\cdot(3\sin\alpha-2)$
$\sin\alpha\leqq 2/3$では、　$N_x=0$。下の球は垂直壁より離れる。

1．55　$x=r$、$r/2$

1．56　$r_1+r_2=(T/2\pi)(v_1+v_2)$、
$m_1=(Tv_2^2/2\pi G)(v_1+v_2)$,
$m_2=(Tv_1^2/2\pi G)(v_1+v_2)$。

1．57　$F_{垂直}=mg(r_e^2/(r_e+h)^2)\sin\alpha=0.02mg=200N$

1．58　$h_{max}=2mg/\kappa$

1．59　$T=2\pi(l'/g')^{1/2}=2\pi(l\sin\beta/(g\cos\alpha))^{1/2}$

1．60　$x\ll l$の場合で
$v=x/(nT)=(x/(2\pi n))(g/l)^{1/2}$

4節　エネルギー保存。運動量保存。仕事。仕事率

1．61　$T\geqq 3mg$のとき　$x_{min}=l(T-3mg)/(T-mg)$、
$T<3mg$のとき、釘に達する前に糸が切れてしまう。

1．62　$u=(n^{1/2}-1)(gh/2)^{1/2}$

1．63　$F=(mg/(1+h_0/2\pi r)^2)\cdot$
$(1+(h_0/2\pi r)^2+(2h/r)^2)^{1/2}$

1．64　$Q=W=m_1gh\cdot(m_1-m_2)/(m_1+m_2)$

1．65　$Q=mg(l-d)/4=0.0047J$

1．66　$Q=\rho gh\pi r^2(H+(\rho h/2\rho 0)(1-r^2/R^2))$

1．67　$A=\rho 0gh^3(H-h/2)$

1．68　$h=r_m/30$　60km　　r_m＝月の半径

1．69　$h=R=6400km$

1．70　$v=2(v'(v'+(2gR)^{1/2}))^{1/2}$
$=2((l/T)(l/T+(2gR)^{1/2})^{1/2}$　、$v=4.6km/s$

1．71　$v_{min}=2r(\pi g/l)^{1/2}$

1．72　$v_{max}=((3gl/2)(\rho_1-\rho_2)/(\rho_1+\rho_2))^{1/2}$

1．73　$v=(l-l)(\kappa/(2m))^{1/2}\cos\alpha$

1．74　$v_{max}=\kappa_2 l/(m(\kappa_1+\kappa_2))^{1/2}$

1．75　$N_{max}=m\kappa x_{max}/(M+m)=mg(M+2m)/(M+m)$

1．76　$v_x=v2^{1/2}/2$

1．77　$n=v_0^2/2\pi kgl_0$

1．78　$h=$
$H(1-k_1\cot\alpha_1)/(1+k_2\cot\alpha_2)$

1．79　$v=kg(15m/\kappa)^{1/2}$

1．80　$F_{min}=kg((m_1+m_2)/2)$

1．81　$\sin 2\alpha=lg(\rho 0S/(2\eta P))^{2/3}$

1．82　$t<t_c=P/mg^2k^2$のとき、$v=gkt$
$t>t_c$のとき
$v=((2P/m)(t-P/2mg^2k^2))^{1/2}$

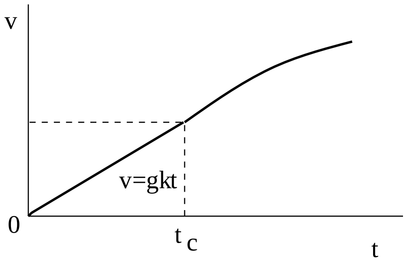

図1．82

1．83　$Q_2<=mv^2/4$のとき、
$Q_1=2v(mQ_2)^{1/2}-4Q_2$,

1．84　$(l_0-l)/l_0=1-(m/(M+m))^2$
$=(1+2m/M)/(1+m/M)^2=35/36$

1．85　$x=(m_2v/(m_1+m_2))(2h/g)^{1/2}$

1．86　$t_2=2h/gt_1$

1．87　$v=u(1+m_1/m_2)$

1．88　$v_1=F_0\tau/m_1$, $v_2=v-F_0\tau/m_2$
$Q=vF_0\tau-(F_0^2\tau^2/2)(m_1+m_2)/m_1m_2$

1．89　$u=v(m\cos\alpha(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2))/(2(m\cos\alpha+M))$

1．90　$t=2l/v$

1．91　$k=(32^{1/2}/8)v^2/(lg)$

1．92　$h=H(m_1-m_2)^2/(m_1+m_2)^2$

1．93　$M=3m/2$

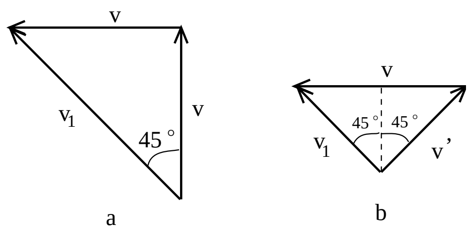

図1．91

1．94　$v_i = u \cdot 2 \cdot 3^{1/2}/5$，$u' = -u/5$
1．95　$\alpha = \mathrm{atan}(2/3_{1/2})$　49°
1．96　$\gamma = \pi/3 + \mathrm{atan}(2\,3^{1/2})$　134°
1．97　$v_{1969} = (4/3)^{1969} u$
1．98　$v_{垂直} = (1/2^{1/2})$ m/s　0．7m/s
1．99　$v_A = 2v_B = 4(gl)^{1/2}$
1．100　$y_0 = l/3$
1．101　$h_{max} = rm/M = 4$ cm
1．102　$u = (m/M) \cdot$
$(gl\cos\alpha/(2(1+m/M)(1+(1+m/M)\cot\alpha)))^{1/2}$
1．103　$u' = (v/2)(1 - m/((m+M)M))^{1/2}$
1．104　$H = (mn+M)^2 h/(mn(mn+2M))$
1．105　$a = g \cdot m\sin 2\alpha/(2(M + m\sin^2\alpha))$

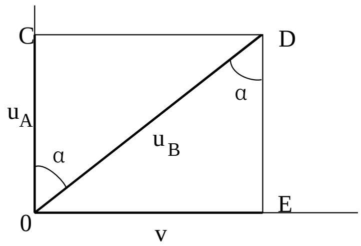

図1．95

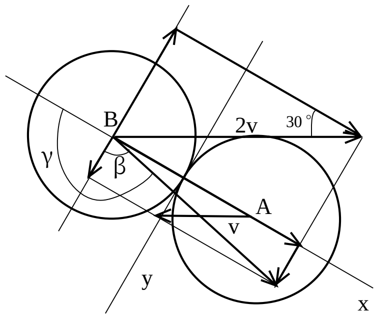

図1．96

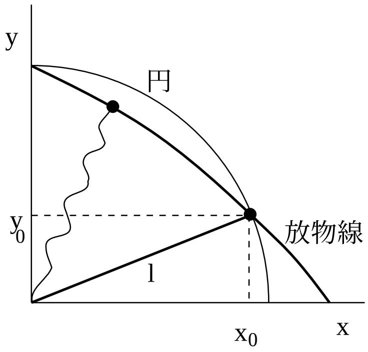

図1．100

第５節　静力学。力のモーメント
1．106　∠ABC $= \mathrm{atan}(1/2) = 26.5°$
1．107　$N = mgr/(l(l+2r))^{1/2}$
1．108　$T = mg(l+r)/R$
1．109（1）$\tan\alpha = ((m_2 - m_1)/(m_2 + m_1))\, l/(4R^2 - l^2)^{1/2}$
（2）　$N_A = Mg\tan\alpha$、$N_B = Mg\cos 2\alpha/\cos\alpha$。

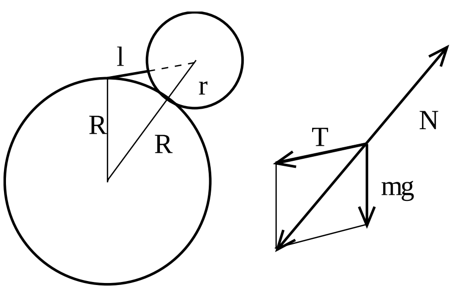

図1．108

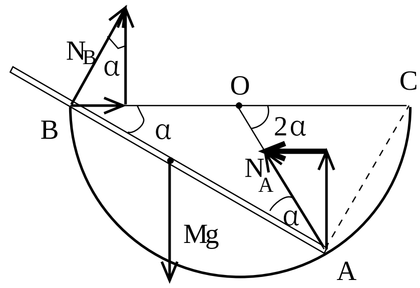

図1．109

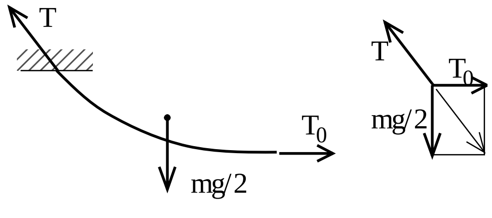

図1．112

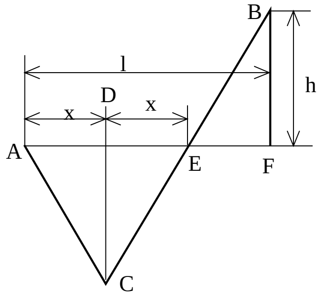

図1．113

1．110　$F=F_0\cot(\alpha/2)$
1．111　$M_{min}=ml/r$
1．112　$T=((mg/2)^2+T_0^2)^{1/2}$
　吊している点で、糸は垂直となす角度$\alpha=\mathrm{atan}(mg/(2T_0))$
1．113　$x=(l-h/((L/l)^2-1)^{1/2})/2$
1．114　$H=r\cdot\cot\alpha=r\cdot 2/5^{1/2}$
1．115　$T=2\rho v^2 S\cdot\sin^2\alpha$
1．116　$F'/F=4$
1．117　$v_2/v_1=2^{1/2}$
1．118　$\alpha=\mathrm{atan}(1/3)$　18．5°
1．119　$F_{平行}=(mg/2)\sin\alpha$
1．120　$N_A=mg\sin\beta/\sin(\beta+\alpha)$、
　　　$N_B=mg\sin\alpha/\sin(\beta+\alpha)$、ただし、$0<=\beta<=\pi-\alpha$
1．121　$N_A=mg\sin\beta/\sin(\beta-\alpha)$、
　　　$N_B=mg\sin\alpha/\sin(\beta-\alpha)$、ただし、$\alpha<=\beta<=\pi+\alpha$
1．122　$\alpha=\mathrm{asin}((1+l/r)(1+m_2/m_1))^{-1}$
1．123　$m_1/m_2=\sin(l/r-\alpha)/\sin\alpha$
1．124　$l=L\cdot(2m+M(1-n))/(2m(1+n))$
1．125　$m=2F_1F_2/(g(F_2-F_1))=60kg$
1．126　$F_2=F_1(\tan\alpha+k)/(\tan\alpha-k)$、ただし$k<\tan\alpha$
　　　$k>=\tan\alpha$の場合では、反時計回りへの回転は不可能。

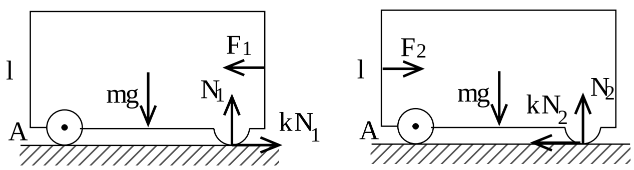

図1．125

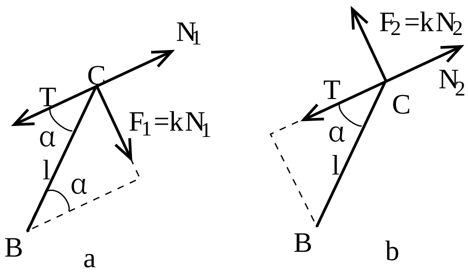

図1．126

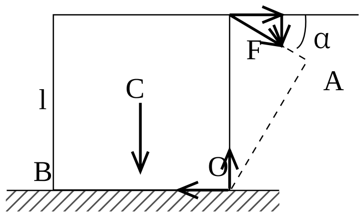

図1．127

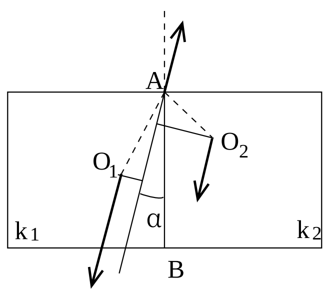

図1．128

1．127　$k<1/2$, $\alpha=0$のとき、
　$\tan\alpha=(l/2k)/k$、
　$F_{min}=(mg/2k)(k^2+(1-2k)^2)^{1/2}$、
　$k>1/2$のとき、
　　$F_{min}=mg/2$
1．128　$\alpha=\mathrm{atan}((k_1-k_2)/(k_1+k_2))$　11°
1．129　$F=mg(k_1+k_2)/(2(1+d(k_1-k_2)/l))$
1．130　$\tan\alpha=(k_1+k_2)/(2+(k_1-k_2)h/l)$
1．131　$A=Fl=kFl(1+r/R)$
1．132　$k=R\cos\alpha/(R\sin\alpha+r)$
1．133　$F=mg\cdot 2k(1+k)/(1-2k-k^2)$、
　　　ただし、$k\leqq k_1<2^{1/2}-1$。
1．134　$K\geqq(m+2M\sin^2\alpha)/(2M\sin\alpha\cos\alpha)$

$=(m+2M\sin^2\alpha)/(M\sin 2\alpha)$

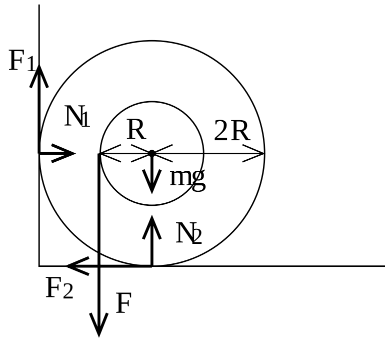

図1．133

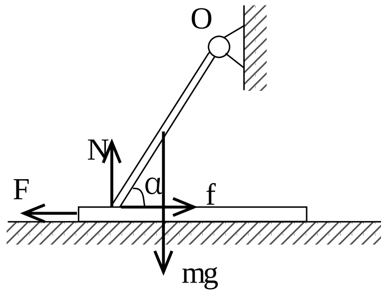

図1．135

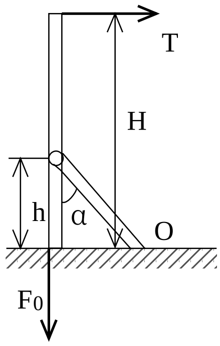

図1．137

1．135　$F_{min}=kmg/(2(1+k\tan\alpha))$
1．136　$0<h\leqq l(1-1/(1+k_2)^{1/2}$
1．137　$T_{max}=(h/H)F_0\tan\alpha$
1．138　$N2-N1=5mg(1-(l+2d)/L)$
1．139　$1\geqq\cos\alpha\geqq 3/2-(M/(2m))(L/(2d)-1)$
　　$m\geqq M(L/(2d)-1)$の場合、　　　任意のαで回転する。
　　$m\leqq(M/3)(L/(2d)-1)$の場合、角材は回転しない。
1．140　重心は下に下がるので、小坊師は落下する。

第６節　液体と気体の力学
1．141　$m=(\rho_0Sv/g)(v\sin\alpha+(v^2\sin^2\alpha+2gh)^{1/2})$
1．142　$V=(28\pi/81)r^3$
1．143　$a<g$と$h>l/2$の条件を考慮してとくと
　$h=(l/2)(a/g+g/a+(g^2/a^2+(4/3)(1-a^2/g^2))^{1/2}$
　$a\ll g$のとき　$h\quad lg/a$

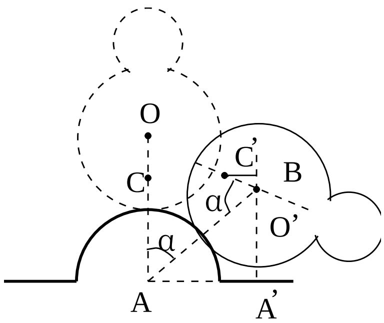

図1．140

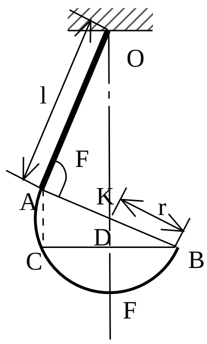

図1．142

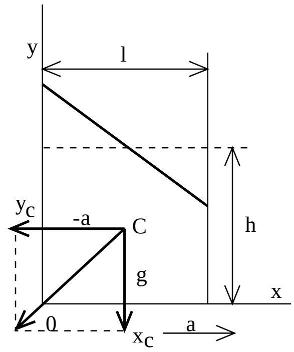

図1．143

1．144　$F_x=F/((1-S_2/S_1)$
1．145　$v>(2gh)^{1/2}\cdot(S_0/S)$のとき
　$A=W'-W=\rho_0S(h/2)((vS/S_0)^2-gh)$、
　$v<(2gh)^{1/2}\cdot(S_0/S)$のときはピストンと水が離れる。
1．146　$x=(m-\rho_1hS)/((\rho_2-\rho_1)S)$
1．147　$x=l\cdot(\rho-\rho_1)/(\rho_2-\rho_1)$
1．148　$h=5l$
1．149　$A=\pi r^2l\rho_0g(r^2l/(2R^2)+h-r)$
1．150　$H>=(hp_0l-\rho gh^2/2)/(\rho g(h-kl)$
　このHは
　　$k>4p_0/\rho gl$の場合には、$kl<h<(2kp_0l/(\rho g))^{1/2}$
　　$k<4p_0/\rho gl$の場合には、$(2kp_0l/(\rho g))^{1/2}<h<kl$
1．151　$F=\rho gl^3\cos\alpha+\rho_0gl^2(h+(l/2)\sin\alpha)$
　　第１項は立方体に作用する重力の分力、第２項は立方体上の水柱の圧力。

1．152　$\rho=\rho_0/2$

1．153　$k=\rho_0 g h^2/l(\rho g h^2 l+2mg)=0.1$

　$k<0.1$ならば、角材は動き出す。

1．154　$\rho=\rho_0(1+2(S_0/S)^{3/2}-3S_0/S)$

1．155（1）$x\geqq H-(R/r)^2 h(\rho/\rho_0-1)$

　（2）$x\geqq H+(R/r)^2 h(1-d/r)(1-\rho/\rho_0)$

1．156（1）$x\geqq H-(a^2 b/(2\pi r^2))(\rho/\rho_0-1)$

　（2）$x\geqq H-(1-\rho/\rho_0)a^2(b/(2\pi r^2))(a/(6r)-1)$

1．157　$h=m/(2\rho S)$

1．158　$x=(h_0/2)(\rho_2/\rho_1-1)$

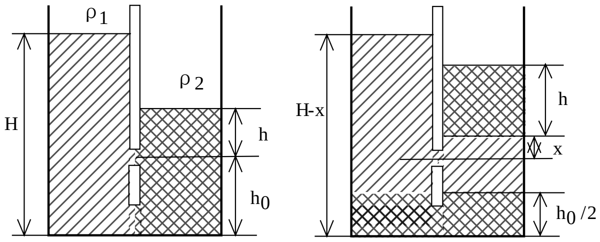

図1．158

1．159　$p\alpha/(\rho_0 g)\ll 1$のとき

　$h=(1/\alpha)((1+2p\alpha/(\rho_0 g))^{1/2}-1)$

　$(p/(\rho_0 g))(1-p\alpha/(2\rho_0 g))$

1．160

　$\Delta h=\alpha^{-1}((1+2(M+m)\alpha/(S\rho_0))^{1/2}-(1+2M\alpha/S\rho_0))^{1/2})$、

　$\alpha M\gg S\rho_0$のとき

　$\Delta h\quad(m/(S\rho_0))(1-\alpha(M+m/2)/(\rho_0 S))$

1．161　$T=mg/3=800N$

1．162　$\rho=3\rho_0/4=750kg/m^3$

1．163　$\rho_1'/\rho_2'=\rho_1/\rho_2$

1．164　$\rho 2=\rho 0+\rho 1/2$

1．165　$m_{min}=$

　$(8\pi/3)r^3\rho_0(1+r/l)$

1．166　$N=mg/3^{1/2}$

1．167　$N=(mg/2)\cot\alpha$

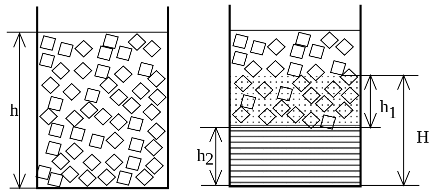

図1．174

1．168　$F=(\rho_2-\rho_1)gV\sin\alpha$

1．169　$F=(2/3)\pi R^3(\rho_1+\rho_2-2\rho_0)g=0.025N$

1．170　$x=l_0+(l-l_0)(\rho_2/\rho_1-1)\sin\alpha$

1．171　水がない場合、角速度ωで回転する円筒の壁から、球は

　$F=(4\pi/3)r^3\rho\omega^2(R-r)$

　容器が水で満たされていると

　$F=(4\pi/3)r^3(\rho-\rho_0)\omega^2(R-r)$

1．172　$\rho=(2/3)\rho_0(3R+2l)/(3R+l)$

1．173　2の状態が安定である。

1．174　$H=h_1+h_2=h((\alpha+\beta-1)+(1-\beta))\rho/\rho_0$

　$=\alpha h\rho/\rho_0=0.54h$

1．175　$v=((gl/\pi)(1-\rho/\rho_0)(1+2^{1/2}))^{1/2}$

1．176　$p=\rho gH(1-h/l)$

1．177　$P/P_0=(u/v)((u/v)^2+2gh/v^2)$

　$=u/v=(1-h/H)^{1/2}$

1．178　$h=(1/(2g))(v^2-(mg/(n\rho_0 vS))^2)$

1．179　$v=((2gh(1-\rho_2/\rho_1)/(\rho_2/\rho_1+r^2/(R^2-r^2)))^{1/2}$,

　$a=v^2/(2h)=g(1-\rho_2/\rho_1)/(\rho_2/\rho_1+r^2/(R^2-r^2))$

1．180　$F=S_2p_2-S_1p_1-\rho S_1v_1^2(1-S_1/S_2)$

　$\Delta Q/\Delta t=S_1v_1((p_1-p_2)+(\rho v_1^2/2)(1-S_1^2/S_2^2))$

1．181　$v=(F(\rho_2-\rho_1)/(\pi r^2\rho_1\rho_2))^{1/2}$

1．182　$v_{max}^2=gh_0^2/h1$

第２章　熱現象

１節　気体の法則。熱拡散

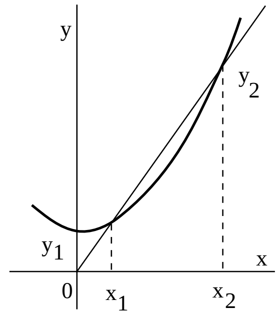

図2．8

２．１　$a=p_0S/(16m)$

２．２　$p_0=4g(\rho HS-m)^2/(S(2m-\rho HS))$

２．３　$p=p_0+mg/S$

２．４　$T_2=T_0\cdot(p_0-mg/\pi r^2))/$
　　　　$(p_0-(m+M)/(\pi r^2))$

２．５　$p=p_0/(1+\alpha t)^2$　$p_0/(1+2\alpha t)$

２．６　　$L=2l\alpha_1/\alpha 2$

２．７　一昼夜における板の下端の変位量は
　　　$\Delta l=\Delta x_0-\Delta x_0'$
　　　　$=(\alpha l/k)(t_2-t_1)\tan\varphi$。
　$n=30$日では、n倍すればよいので
　　$\Delta L=(n\alpha l/k)(t_2-t_1)\tan\alpha=8\,cm$

２．８　$x=(p_0S/2m\omega^2)(1-(1-4m\omega^2 l/p_0S)^{1/2})$
　$m\omega^2 l\ll p_0S$ならば、x　$l(1+m\omega^2 l/p_0S)$

２．９　$h=(1/2)(1+(1+4p_0V/S\rho g(H-p_0/\rho g)^2)^{1/2})\cdot$
　　$(H-p_0/\rho g)$

２．１０　$x=H_1+h-H_2-(p_0+\rho gH_1)h/(p_0+\rho gH_2)$

２．１１　$x=h+p_0/2\rho_0 g-(1-(4\rho_0 gh/p_0+1)^{1/2})$
　$\rho_0 gh\ll 1$のとき、x　$h\rho_0 gh/p_0$

２．１２　$x=2^{-1}(p_0/\rho_0 g+l+h-(p_0/\rho_0 g+l+h)^2-4hl)^{1/2}$
　$\rho gl/p_0\ll 1$のとき、x　$2h\rho gl/p_0$

２．１３　$h=(\rho_0/4\rho g)((1+(4\rho gH/3p_0)^2)^{1/2}-1)$
　　　$\rho gH\ll p_0$のとき、h　$(2/9)\rho gH^2/p_0$

２．１４　$R=(R_1{}^2+R_2{}^2)^{1/2}$

２．１５　$x=l_1l_2/(2l2-l1)$、$l_2<l_1<2l_2$のとき

２．１６　$p'_F=p(1+1/6^{1/2})$

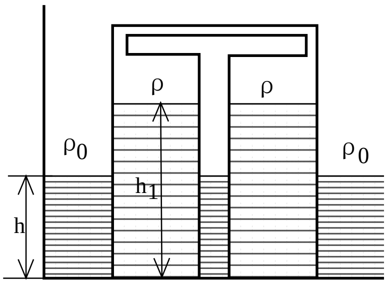

図2．13

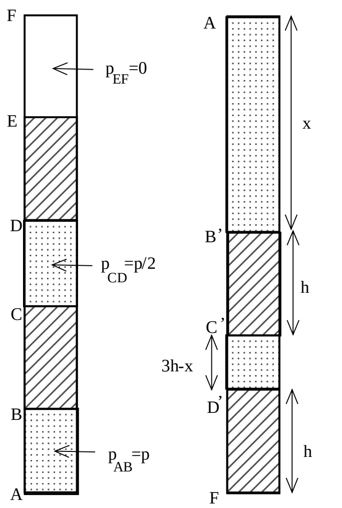

図2．16

２．１７　$mg/2S<p_0$のときは、
　　　$x=(3h/2)(p_0-mg/2S)/(p_0+mg/2S)$。
　　　$mg/2S<p_0/5$のときは、左側のピストンは上に移動する。$x>h$。
　　　$mg\geqq p_0$のときは、$x=0$

２．１８　$x=(33^{1/2}-5)l/2$

２．１９　$p_2=p_1(1\pm\Delta p/p_1)/(1\pm\Delta p/2p_1)$
　符号；－は各々ピストンの差し入れ、差し出しに対応する。

２．２０　$x=l(3-6^{1/2})=5.5\,cm$

２．２１　$x=(V_0/(S_1-S_2))(p-p_0)/(p+p_0S_2/S_1)$

２．２２　$x=((1-p_0/p)V)/(S_2-S_1)$

2．23　$T'_1=3T'_2$
2．24　$f=p_0S/2^{1/2}$
2．25　$F=\kappa l+p_0S/2-((\kappa l)^2+(p_0S/2)^2)^{1/2}$
　　$\kappa\to 0$ならば、$F\to 0$

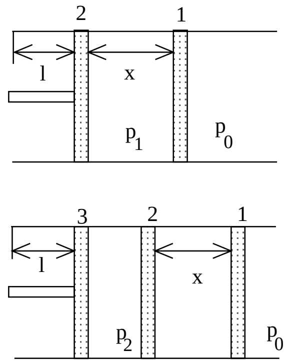

図2．24

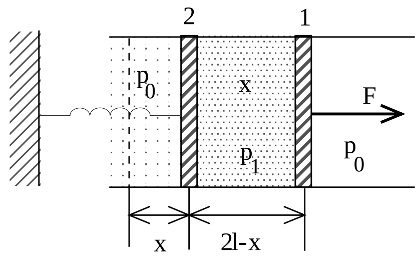

図2．26

2．26　2つの場合を考察する。（1）$kmg>=\kappa l$、（2）$kmg<\kappa l$
　（1）$T/T_0=2(1+\kappa l/pS)$
　（2）$T/T_0=2(1+kmg/p_0S)$
2．27　$m=\mu h(p_0S+mg)/RT$
2．28　$F=mg(\mu B/\mu-1)$
2．29　$v_2=(p_1/p_2)(T_2/T_1)(S_1/S_2)v_1$
2．30　$F=mg=\mu g pVT_0/p_0V_0T$
2．31　$p_1=mg/S(n-1)$、$p_2=kmg/S(n-1)$
2．32　$pS/2<F<pS$のとき、　$x=L(pS/F-1)$。
　$pS\leqq F$のとき、$x=0$,
　$pS/2\geqq F$のとき、$x=L$
2．33　$p_{He}<mg/S$のとき、$x=hp_{He}S/mg$、
　$p_{He}\geqq mg/S$のとき、$x=h$
2．34　$T=T_0/((1-mg/p_0S)(1-mg/\rho_0HS))$　350K　80℃

第2節　蒸気

2．35　$t_{02}=t'+(c_1/c_2)(t'-t_{01})+(\rho_1/\rho_2)\lambda/c_2$
　　　$=1250$℃
2．36　$t=(q_1/q_2)(\lambda/c)+t_2(1-q_1/q_2)+q_1t_1/q_2=72$℃
2．37　$m=\mu pV/RT=0.59$g
2．38　$p'=p_1T_2/T_1=1.5\times 10^5$Pa
2．39　$x=2^{-1}((h^2+4hHT/T_0)^{1/2}-h)$
　　　$(hHT/T_0)^{1/2}$　37cm
2．40　$x=(3/2)(T_2/T_1)h$　2h　4cm
2．41　$m=0.5\nu\mu=9$g
2．42　$mg=(2-4/7)pS=10pS/7$
2．43　$p_1\leqq 2p$ $(l\leqq L)$のとき、$x=l/2$
　$L\leqq l\leqq 3L/2$のとき、　$x=3L/2-l$
　$l>3L/2$のとき、　$x=L$
2．44　$p=p_0-\rho_0gh(l+2h)/(l-2h)$
2．45　$x=h(\rho_0RT/\mu p-1)$
2．46　$\Delta m=A\mu/RT$
2．47　$A=pV=(m/\mu)RT=(Q/\lambda\mu)RT$

第3節　熱過程図。熱過程におけるエネルギー保存法則

2．48

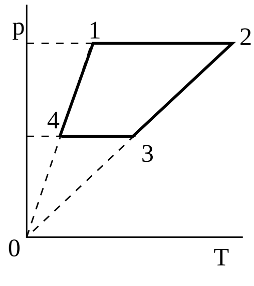

図2．48

2．49　$V_{min}=RT_1/p_2$、　$V_{max}=RT_2/p_1$
2．50　$A=p_0V_0=RT_0$
2．51　$V_3=V_4V_2/V_1=V_2^2/V_1$

２．５２　$\Delta Q=\Delta U+A=(V_2-v_1)((c/R+1/2)p_1+p_2/2)$
２．５３　$Q=A=(p+p/2)V/2=3pV/4$
２．５４　$Q=(5/2)V_1(p_2-p_1)$
２．５５　$\Delta T=(M/(2c(M+m))mv^2/2$
２．５６　$T=T_0+mv^2/c$
２．５７　$T=T_0(1+R(mg+p_0S)/2p_0Sc)$
２．５８　$T'_2=T_1/(2-T_1/T'_1)$
２．５９　$x=h(c/(c+R))(p_0-p+mg/S)/$
　　　　　　　(p_0+mg/S)
２．６０　$T_2=T_1(2cT_1+\kappa l^2)/(2cT_1+p_1S_1)$
２．６１　$Q=mgh(1+2c/R)+(c+R)T_0$
２．６２　$Q=(3c+2R)T$
２．６３　$\Delta p=p'-p$
　　　　$=(QR/cSl)(\alpha-1)/(\alpha^2\beta-1)$
２．６４　$Q=(1+c/R)Mv^2/2$
２．６５　$T>T'$のとき、$Q-Q'$
　　$=(T-T')(c+(1+T_0/T')R/2)$
　$T=T'+(Q-Q')/(c+(1+T_0/T')R/2)$

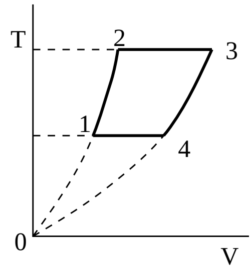

図２．５１

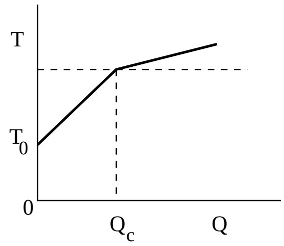

図２．６５

第３章　電気と磁気

第１節　電界強度、ポテンシャル、静電場エネルギー

３．１　$E=m\omega^2r/e$
３．２　$Q=4\pi\varepsilon_0R^2E$　　５．５×１０^{5}Ｃ
３．３　$\tan(\alpha/2)=(q_2/q_1)^{2/3}$
３．４　（１）$q_1=q_2=\pm(3\cdot3^{1/2}4\pi\varepsilon_0mgR^2)^{1/2}$　または
　　　　　$q_1=-q_2,\ q_1q_2=-3\cdot3^{1/2}4\pi\varepsilon_0mgR^2$
　　　（２）$Q=q-3\cdot3^{1/2}4\pi\varepsilon_0mgR^2/q$　又は
　　　　　$Q=q+3\cdot3^{1/2}4\pi\varepsilon_0mgR^2/q$
　　　（３）$q_3=\ q_4=2^{1/2}8\pi\varepsilon_0mgR^2/(q_1-q_2)$
　　　（４）$q_1=-q_2=q-8\pi\varepsilon_0mgR^2/q$　又は
　　　　　$q_1=\ q_2=q+8\pi\varepsilon_0mgR^2/q$
３．５　$T=(m^2g^2+(\sigma q/2\varepsilon_0)^2)^{1/2}$、$\tan\alpha=\sigma q/2\varepsilon_0mg$
３．６　$\sigma_1'=\sigma_2'=(\sigma_1+\sigma_2)/2$,　$\sigma_1''=-\sigma_2''=(\sigma_1-\sigma_2)/2$
３．７　$q_2/q_1=d_2D_2/d_1D_1=9$
３．８　$\phi=2\phi_0$、$E=2^{1/2}E_0$
３．９　$\phi=\phi_0/2$、$E=E_0$

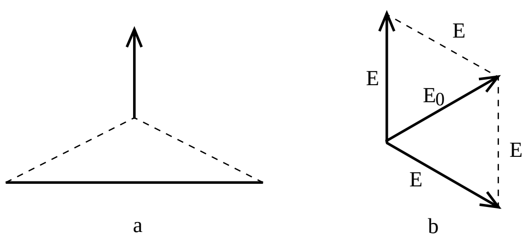

図３．９

３．１０　$q_1:q_2:q_3=3:2:3$
　　　　$q_1:q_2:q_3=(3/8-(1-1/2^{1/2})r/l):1/4:$
　　　　　　　　$(3/8+(1-1/2^{1/2})r/l)$
３．１１　$F=(F_1{}^2+F_2{}^2)^{1/2}$
　　　　$=(q^2r/4\pi\varepsilon_0l_1{}^2l_2{}^2)(1/l_2-1/l_1)(l_1{}^4+l_2{}^4)^{1/2}$、
　$\tan\alpha=F_1/F_2=-l_2{}^2/l_1{}^2$
３．１２　$q_1/q_2=-l/r$
３．１３　$E=(q+Q)/4\pi\varepsilon_0l^2=(q/4\pi\varepsilon_0l^2)(1-r/R)$
３．１４　$v=(e^2/4\pi\varepsilon_0r)(3\cdot2^{1/2}-4)/(4\cdot2^{1/2}m)^{1/2}$
３．１５　$W_k/W_p=-2$
３．１６　$n=(m_1/m_2)(2^{1/2}(1+m_2/m_1)-1)$
３．１７　$A=e^2/4\pi\varepsilon_0d=14\,eV$

３．１８　$r_{min}=l(1+(4\pi\varepsilon_0/e^2)lmv^2\cos^2\alpha)^{-1}$
３．１９　$T=mg(3-2^{1/2})+2(1-3^{-1/2})q^2/4\pi\varepsilon_0 l^2$
３．２０　$v_0\geqq(5gl+q^2/4\pi\varepsilon_0\cdot5\cdot5^{1/2}lm)^{1/2}$
３．２１　$T=2mv_0{}^2/l+2qE-q^2/4\pi\varepsilon_0 l^2$
３．２２　$v=(qlE/\pi M)^{1/2}$
３．２３　$q^2/4\pi\varepsilon_0\leqq mgL\tan\alpha(L+2l\cos\alpha)$の場合は
$h_{max}=q^2/8\pi\varepsilon_0 mgL-(L/2)\tan\alpha$
$q^2>4\pi\varepsilon_0 mgL\tan\alpha(L+2l\cos\alpha)$の場合には
$h=l\sin\alpha\cos^2\alpha$
$+q^2l\cos\alpha\sin^2\alpha/(4\pi\varepsilon_0 mgL(L+2l\cos\alpha)$
３．２４　$v=q(5/(4\pi\varepsilon_0\cdot2lm))^{1/2}$
３．２５　$\kappa=q^2/8\pi\varepsilon_0 l^3$
３．２６　$q^2/4\pi\varepsilon_0 l^2>kmg$のとき、
$v_{max}=q/(4\pi\varepsilon_0 ml)^{1/2}-(kml)^{1/2}$
$q^2/4\pi\varepsilon_0 l^2\leqq kmg$の場合には
動かない。
３．２７　$q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 l^2>kmg$のとき
$l=q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 mgkl_0$
３．２８　$v_1=2q/(4\pi\varepsilon_0\cdot6ml)^{1/2}$、$v_2=q/(4\pi\varepsilon_0\cdot6ml)^{1/2}$
３．２９　$v=(8q^2/4\pi\varepsilon_0 ml)^{1/2}$
３．３０　$q_2>q_1$のとき
$v=(2q_3/(4\pi\varepsilon_0 ml)(q_2{}^{1/2}-q_1{}^{1/2})^2)^{1/2}$
$q_2\leqq q_1$のとき
$v=0$
３．３１　$q_{min}=(4\pi\varepsilon_0 mg)^{1/2}h(\kappa h-2mg)/(\kappa h+2mg)$
３．３２　$q^2/4\pi\varepsilon_0 l^2>mg$のとき、
$v_{min}=(2gl)^{1/2}(q/(l(4\pi\varepsilon_0 mg)^{1/2})-1)$
３．３３　$p'=p(r/R)^2\times$
$(1+(q_1q_2/4\pi\varepsilon_0)(R-r)/(W_k rR))^{1/2}$
３．３４　$A=(1/4\pi\varepsilon_0)5q^2/6r=0.07J$
３．３５　$v=(v_0{}^2+2q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 mr)^{1/2}$　４ｍ／ｓ
３．３６　$v_{0min}=((2q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 r)(m_1+m_2)/m_1m_2)^{1/2}$
３．３７　$t=2r(v^2-(1+m_2/m_1)2q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 rm_2)^{-1/2}$、
$(m_1m_2/(m_1+m_2)v^2/2>q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 r$
３．３８　$l_i=lv_i/v_1=l_i{}^{1/2}$
３．３９　$v_{min}=((2/3)q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 rm)^{1/2}$
３．４０　$x=0.3r$。
３．４１　$v_{max}=((2/9)q^2/4\pi\varepsilon_0 lm)^{1/2}$
３．４２　$T^{1/2}/q'\leqq1/2r$のとき
$v=((q'2/2m)(T^{1/2}/q'-1/10r))^{1/2}$、
$T^{1/2}/q'>1/2r$のとき
$v=(q'2/5rm)^{1/2}$

第２節　電気容量。コンデンサ
３．４３　$q=UC=\varepsilon_0ES=0.9\times10^{-10}C$
３．４４　$A=-2CEE_cd^2=-2qEd$
３．４５　$Q=4\pi\varepsilon_0E^2Sd/8\pi=\varepsilon_0E^2Sd/2$
３．４６　$U'=2U$、$W=4U^2C/2=2CU^2$
３．４７　$t=((2-2^{1/2})/2)l/v_0$
３．４８　$L=v_0\cos\alpha\cdot2(t_1+t_2)=2(4-2^{1/2})l\cot\alpha$
３．４９　$q=-\varepsilon_0S(U_1/(l-d_1)+U_2/(d_1-d_2))$
３．５０　$\phi_{AB}=\phi_A-\phi_B=\pm E/6=1V$
３．５１　$U_{AB}=2V$
３．５２　$C=(2n-1)C_0=(2n-1)\varepsilon_0S/d$
３．５３　$q=q_0/(1+C/4\pi\varepsilon_0 r)$
３．５４　$q=Q(1+r(1/R+4\pi\varepsilon_0/C))^{-1}$
３．５５　$q_{1,3}=UC_2C_{1,3}/(C_1+C_2+C_3)$、
$q_2=U(C_1+C_3)C_2/(C_1+C_2+C_3)$
３．５６　$U_1=(E_2C_2-E_1C_1)/(C_1+C_2)$
３．５７　$q_1=q_4=UC/3$、$q_2=q_3=q_5=q_6=q_4/2=UC/6$

3．58　$q = CU = C(E_2R_1 + E_2R_1)/(R_1 + R_2)$
3．59　$U_C = U_0R_2\tau/(R_1T + R_2\tau)$
3．60　$q' = (1/3)(2q_1 - q_2 - q_3)$、$q'_2 = (1/3)(2q_2 - q_3 - q_1)$、
$q'_3 = (1/3)(2q_3 - q_1 - q_2)$
3．61　$q_1 = (q_{12}(C_1/C_2 + 1) + q_{13}(C_1/C_3 + 1))$
$/(1 + C_1/C_3 + C_1/C_2)$

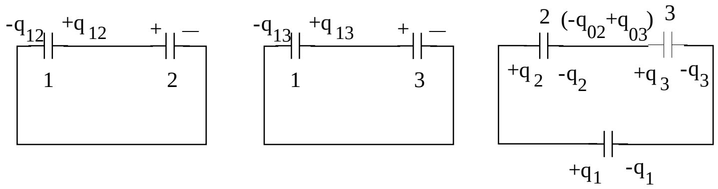

図3．61

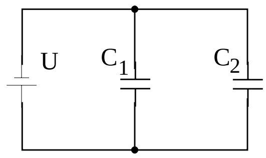

図3．63

3．62　$l_0/l = 1 + q^2/2\varepsilon_0 p_0 S^2$
3．63　$q_B = U\varepsilon_0 S(1/d_1 + 1/d_2)$、
$q_A = (1/2)(q - 2U\varepsilon_0 S/d_1)$、
$q_C = (1/2)(q - 2U\varepsilon_0 S/d_2)$
3．64　$U_{23} = E_2 d = -(Q_1 + Q_2)d/3\varepsilon_0 S$
3．65　$v = (CU^2/3m)^{1/2}$
3．66　$v = U(2\varepsilon_0 S/(m(d_1 - d_2)))^{1/2}$
3．67　1回目の短絡処理後での発熱量は
$Q_1 = (1/6)CU^2$。
$Q_2 = (1/9)CU^2$
$Q = Q_1 + Q_2 = (5/18)CU^2 = 5\,J$
3．68　$Q = C_2(C_1 + C_3)U^2/(2(C_1 + C_2 + C_3))$
3．69　$Q = q^2 d_1/(2\varepsilon_0(d_1 + d_2)S)$

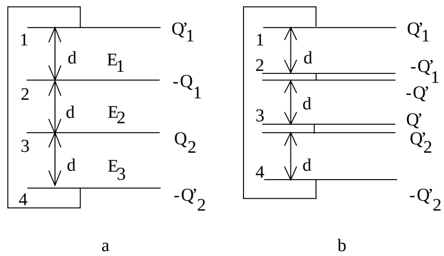

図3．64

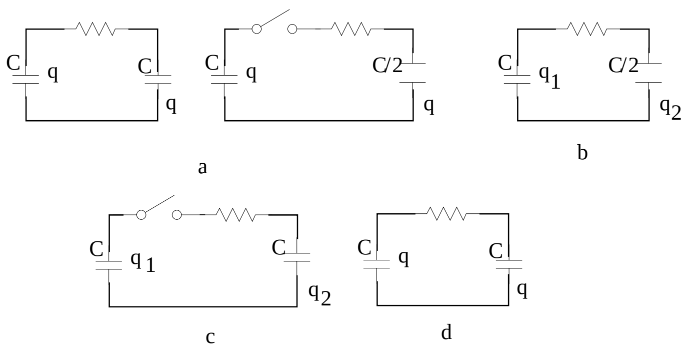

図3．67

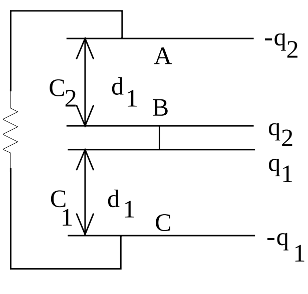

図3．69

第3節　直流回路と交流回路
3．70　$R_1/R_p = \pi^2(b^2 - (b-d)^2)^2/d^4$
$= \pi^2(2b/d - 1)^2$
3．71　$R_{AB} = 3R/2 = 1.5\,\Omega$
3．72　スイッチが開いているとき、$R_{AB} = 5R/8 = 0.625\,\Omega$
スイッチが閉じているとき、$R_{AB} = R/2 = 0.5\,\Omega$
3．73　$R = 7R/12 = 0.58\,\Omega$
3．74　$R = 3R/4 = 0.75\,\Omega$
3．75　$x = l(R_1 - R_0)/(R_1 + R_3 - 2R_2)$、
ここで、$R_0 = (R_3(R_1 - R_2))^{1/2}$
3．76　$q = 2\pi r I/v$
3．77　$U_{AB} = IR/8$
3．78　$U_X = U/3 = 1\,V$
3．79　$U_{AB} = IR/15$
3．80　$U_{AB} = 160\,V/23 = 20\,V$

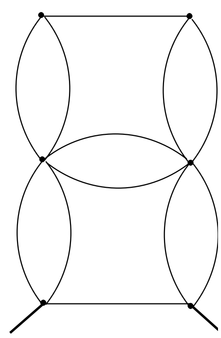
図3．73

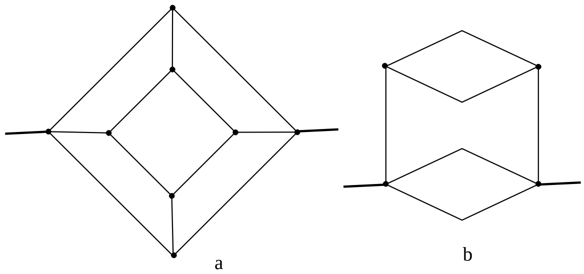

図3．74

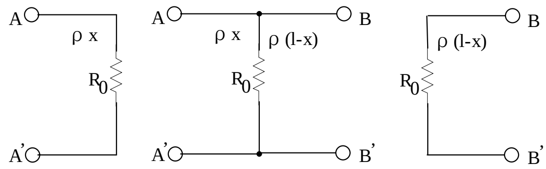

図3．75

3．81　$R_X<R$の時、$R_X=R/2$,
　　　$R_X>R$の時、$R_X=2R$
3．82　$I=(1/(2cR_1)(U_0c-R_1-R_{02}+((R_1+R_{02}-U_0c)^2+4cR_1U_0)^{1/2}$
3．83　$S_X=11S_0=11\,mm^2$
3．84　$R=U_0/(10I_0N(N+1))$
3．85　$r_v=R^2/r=10000\,\Omega$
3．86　$r=R/5=2\,\Omega$
3．87　$U=(E_1r_2+E_2r_1+E_1R)/(r_1+r_2+R)$
3．88　$U=U_0(R_1R_4-R_2R_3)/((R_1+R_2)(r_3+r_4))$
3．89　$Q_{BD}:Q_{BC}:Q_{CD}:Q_{AB}:Q_{BE}=0:9:9:1:4$
　$R_{BD}=0$、$R_{CD}=2R$の場合は
　　　$Q_{BD}:Q_{BC}:Q_{CD}:Q_{AB}:Q_{BE}=0:16:8:1:4$
3．90　$I_{AC}=I/2-I/4=I/4$、$P=17I^2R/12$
3．91　$q=CU=C(E-Ir)=CER/(R+r)$
3．92　$P=I^2R=E^2R/(R+d_0(d_0-d)/\varepsilon_0 l d v)^2$
3．93　$q=U_CC=U_0CR_2/(R_1+R_2)$
3．94　$q_1=U_0C_1(R_1+R_2)/(R_1+R_2+R_3)$、
　$q_2=U_0C_2(R_2+R_3)/(R_1+R_2+R_3)$
3．95　$q_1=C_1U_0$、$q_2=C_2U_0/(1+R_2/R_1)$、
　　　$q_3=C_3U_0/(1+R_1/R_2)$
3．96　$q=4U_0C/5$
3．97　$q_2=-4U_0C/9$
3．98　(1) $R=R_0-t/C$
　　　(2) $C=C_0-t/R$
3．99　$P=U^2/18R$
3．100　$P=(P_1+P_2)/2$
　　　　$=U^2(R_1+R_2)/2R_1R_2$
3．101　最大電圧降下は、$U_{max}=10\,V$
　抵抗での最大電圧降下は、$U_{max}=5\,V$

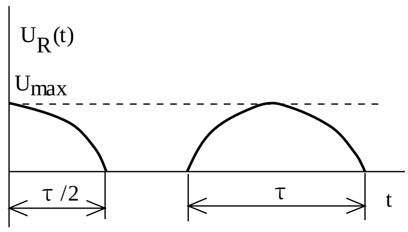

図3．101

3．102　0．5％変化する
3．103　$mv^2/2\leqq ne^2R$の時、$Q=0$
　　　　$mv^2/2>ne^2R$の時、$Q=(nmv^2/2)(1-2ne^2R/mv^2)$
3．104　$\Delta l'=(I\Delta l/eMg)mv_0\tan\alpha$。
3．105　$n=n_veUl^2x/2mv_0d$
3．106　$I=E/(R+2mv_0d/e^2bn_vl^2)$
　もし、全電子束が正極板に達するならば、そのときは$y=d$で、$I=en_vdbv_0$
3．107　$F/F_0=(U/U_0)^2=4$

第4節　電磁誘導。電流と磁場の相互作用
3．108　$q=I\Delta t=BL^2/R$
3．109　電流は2分の1となる。
3．110　$Br/4\rho$
3．111　$Q=((\pi d^2B)^2/R)(1/t_1+1/t_2)$
3．112　$I=(I_0^2+n^2e^3E/2\pi^2mR^2)^{1/2}$
3．113　$v=qB(l^2+r^2)/2mr$
3．114　$q_1'=(\pi R^2B_0C_1/2T)(C_1-C_2)/(C_1+C_2)$、
　　　　$q_2'=(\pi R^2B_0C_2/2T)(C_1-C_2)/(C_1+C_2)$。

3．115　$I_0=3.6\,\mathrm{mA}$
3．116　$Q=B^2vl_0^2\tan\alpha/2R_1$
3．117　$F=B^2l^3\omega/4R$
3．118　$I=((m_1+m_2)/l_1)g\cot\alpha$
3．119　$I_0Bl\tau/(2m(gh)^{1/2})\leqq 1$ の時、
　$\Phi_{max}=2\,\mathrm{asin}(I_0Bl\tau/(2m(gh)^{1/2}))$
3．120
　$\omega_+=Bq/2m+((Bq/2m)^2+g/l\cos\alpha)^{1/2}$。
逆回転では
　$\omega_-=-Bq/2m+((Bq/2m)^2+g/l\cos\alpha)^{1/2}$。
3．121　$a=g/(1+CB^2l^2/m)$
3．122　$v=E/Bl-mgR/B^2l^2$
3．123　$\tan\alpha=F/mg=BU/\gamma\rho lg$
3．124　$UB/\rho gl\gamma\geqq 1$ の時、$x=hUB/\rho gl\gamma$、
　　$UB/\rho gl\gamma<1$ の時、$x=0$
3．125
$v_H=(5gl+(1-(1+4m^2g/q^2B^2l)\,1/2)q^2B^2l^2/2m^2)^{1/2}$
3．126　$I=ER_2/(N(R_2r+R_1R_2+R_1r))$
3．127　$C=C_0(q_0-q)/q_0=C_0(1-t^2/2LC_0)$
3．128　$I_1=U_0(L_2C/(L_1(L_1+L_2)))^{1/2}$、
　　$I_2=U_0(L_1C/(L_2(L_1+L_2)))^{1/2}$

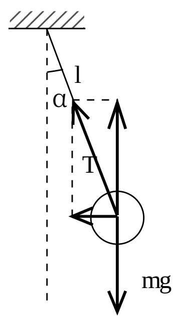

図3．120

第4章　光学
第1節　反射。鏡
4．1　$h_{min}=H/(1+L/l)$
4．2　$t=(l_0^2+4l_1l_2)^{1/2}-l_0)/c$
4．3　$x=(2l/((c/v)^2-1))(\sin\alpha+((c/v)^2-\cos 2\alpha)^{1/2})$
4．4　$l_2=l_1(1+\alpha t_2)/(1+\alpha t_1)$　$l_1(1+\alpha(t_2-t_1))$

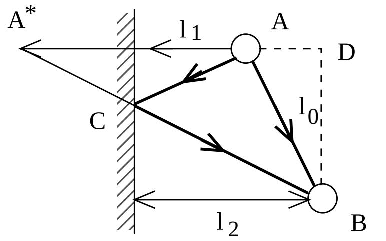

図4．2

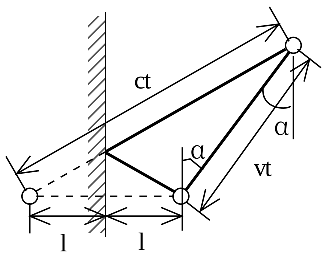

図4．3

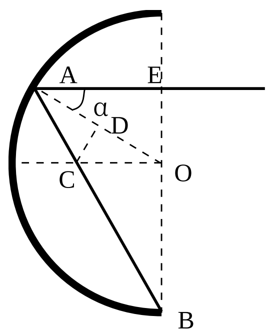

図4．5

4．5　$\alpha=30°$
4．6　$\beta_{max}=\pi/3=60°$
4．7　$x=d^2/(2d-r)$
4．8　(1) $S_1'S_2'$
　$=2r-2r/3=4r/3$
　　(2) $S_1'S_2'=4h$
4．9　$(0.85)^8$
　　0．27（27％）
4．10　$I=I_0(1-R)/(1+R)$

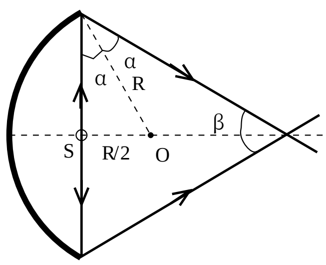

図4．6

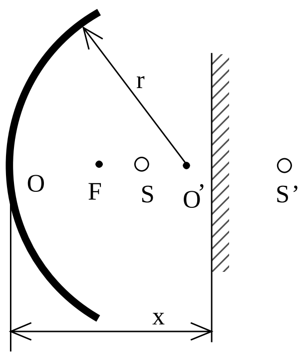

図4．7

第2節　屈折
4．11　$\alpha_{min}=\mathrm{asin}(n/k^{N-1})$
4．12
　$\Delta r=h(\tan\alpha-\sin\alpha/(n^2-\sin^2\alpha)^{1/2})$
　　$+h_0(\tan\alpha-\sin\alpha/(n_0^2-\sin^2\alpha)^{1/2})$

4．13　$nr < r_0$の時、$\delta = 1-(nr/r_0)^2$
　　　　$nr \geqq r_0$の時、$\delta = 0$
4．14　$R \geqq dn/(n-1) = 4$mm
4．15　$H/h \quad \gamma/\alpha = 2n-1 = 1.6$

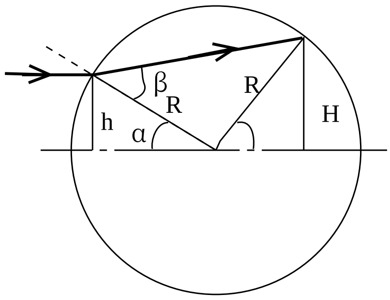

図4．15

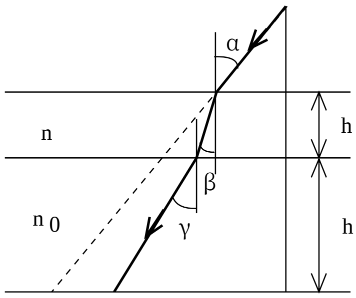

図4．12

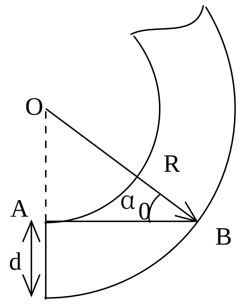

図4．14

4．16　$h \leqq r/(n^2-1)$
4．17　視認する円の半径＝$r_0/2 = 0.1$m
4．18　$x' = r/n(n-1) = x/n$
4．19　$x = r/(n-1)$
4．20　$x = 2Fn$
4．21　$x = r(2+3^{1/2}) = 0.37$m
4．22　$x = (2/3^{1/2})(r/n) = (4/3\cdot 3^{1/2})r$

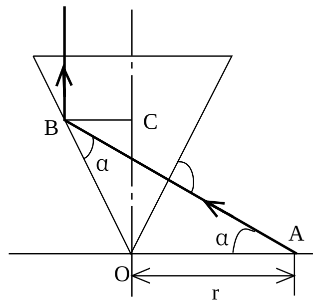

図4．17

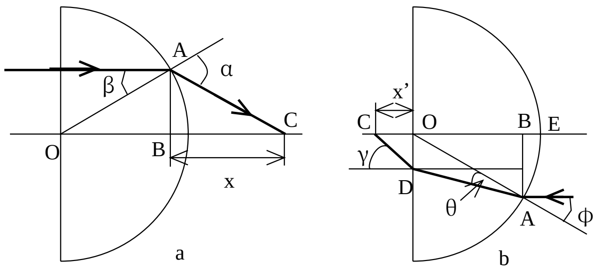

図4．18

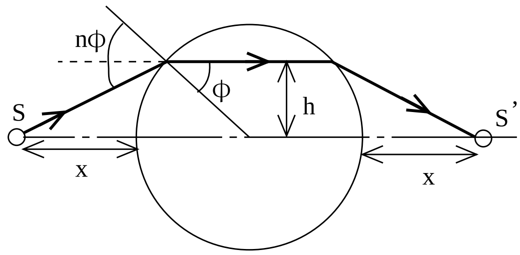

図4．19

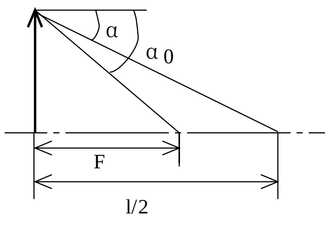

図4．20

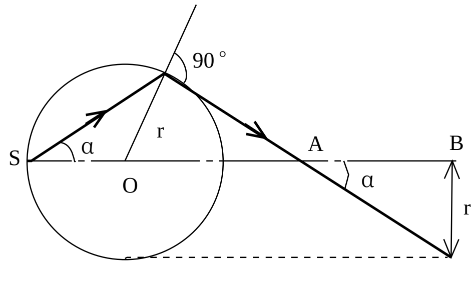

図4．21

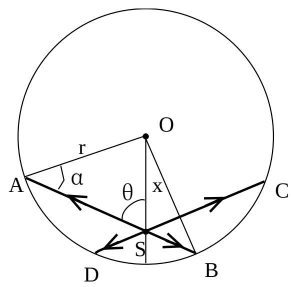

図4．22

第3節　レンズ
4．23　$x = dF_2/F_1 = 5$cm
4．24　$t = (l_1+l_2-2F-((l_1-l_2)^2+4F)^{1/2})/2v = 3.5$s
4．25　$x = F((b-l)F+bl)/(bl-Fl+F^2) = 0.3$m

4．26　$r=R/((l/d+1)(l/F-1))$

4．27　$F=(L^2-l^2)/4L$

4．28（1）$l=|f_2-f_1|=8F/3$

（2）$l=l_0=F/2$

4．29　$h=fn=FLn/(L-F)$

4．30　$x=F/n+h(1-1/n)$

4．31　$v=2\omega F$

4．32　$2r=2F\alpha(n-1)$。

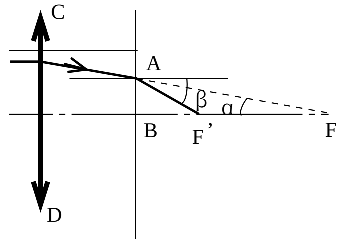

図4．30

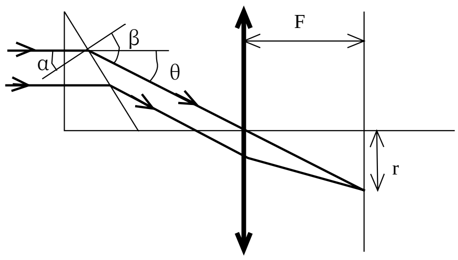

図4．32

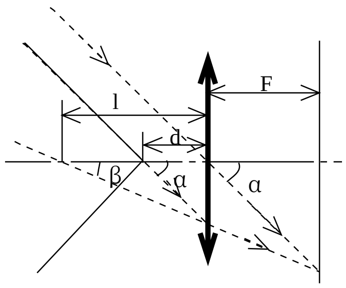

図4．33

$n=1.5$、$\alpha=0.1$ラジアン、$F=1$mの時、リングの直径は$2r=0.1$m

4．33　$2\beta=2\,\mathrm{atan}((1-d/F)/\tan\alpha)$

4．34　$x=(l-r)/3$

4．35　$D_1/D_2=d_1(d_2-F)/d_2(d_1-F)=6/5$

4．36　$x_1=2F(r_2-r_1)/(D+2r_2)$

$x_2=2F(r_2+r_1)/(D+2r_2)$

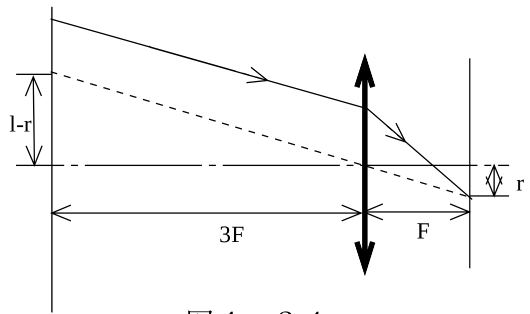

図4．34

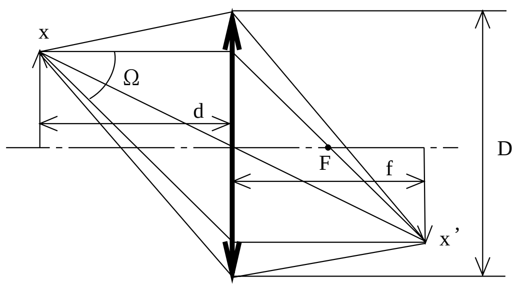

図4．35

4．37　$r=F\tan\alpha$。

レンズの大きさが$r/F<\tan\alpha$ならば、最小半径は直径dに等しい。

4．38　$F'=F/2$

4．39　$SS'=l+F(1+1/\cos\alpha)$

4．40　$SS'=F((1+1/\cos\alpha)^2\sin^2\alpha+(3+\cos\alpha)^2)^{1/2}$

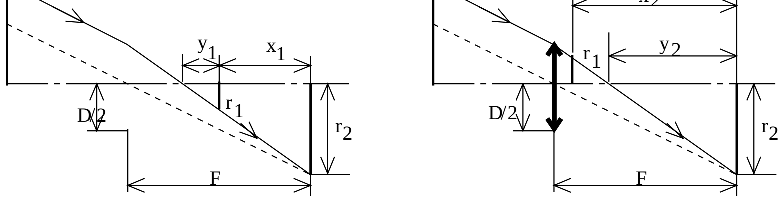

図4．36

4．41　$SS'=(1/2)(49F^2+h^2)^{1/2}$

４．４２　$D=4D_0/3=2.6\,\mathrm{cm}$
４．４３　$x=F/2$

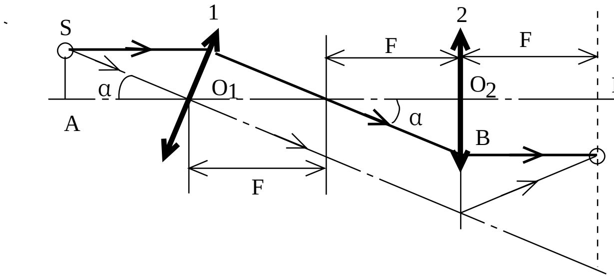

図4．40

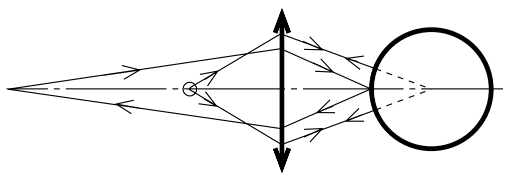

図4．46

４．４４　幾つかの像が生ずる。
（ａ）鏡で１回の反射の後、円錐鏡中での点Ｓの像は、レンズから距離$f_1=2F$の距離に半径$R=F/2$のリングとなる。
（ｂ）鏡で２回反射した場合。　$f_2=5F/3$。
（ｃ）鏡に反射することなく直接レンズに飛び込む光線で得きる像がある。レンズの公式から容易に求まり、$f_3=3F$。
４．４５（１）像が球の中心と一致する場合。$d>R+F$かつ$d<R$で、

$$l_1=F(d-R)/(d-R-F)$$

（２）$d>F$のとき、$l_2=Fd/(d-F)$
４．４６　$d<F$の場合は解はない。
$F<d<R+F$の場合。$x=Fd/(d-F)$。
$d>R+F$の場合。$x_1=Fd/(d-F)$、
$x_2=F(d-R)/(d-R-F)$

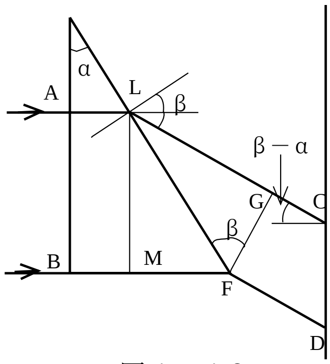

図4．49

第４節　高度測定法
４．４７　$x=h(n^{2/3}-1)^{1/2}$
４．４８　$E=(J/l^2)(25\cdot5^{1/2}+18)/(45\cdot10^{1/2})$)
４．４９　$E_2/E_1=\cos\alpha(\cos\alpha+n\sin^2\alpha/(1-n^2\sin^2\alpha)^{1/2})$
４．５０　$E_C=E_0(1+1/(2\cos(\pi/8)))$　$1.5E_0$
４．５１　$n=E_{月}/E_{太陽}$　$(\eta/2)(r/l)^2$　0.9×10^{-6}

第５章　設問と評価
（訳者注文：第５章の問題では、概算値、妥当な当たりの数値、妥当そうな公式などを適用して解いていかなければならない。従って、得られる結果は多くの場合概値である。従って、この章の問題解説は原本に載っている通りを紹介する。）

５．１　走らないでの投擲では、砲丸の最大飛行距離はl　v_0^2/g。走ると、砲丸には余分の水平速度vが付加する。垂直速度成分は不変である。即ち高さと飛行時間は変わらない。
t　$(2v_0/g)\sin\alpha_0=2^{1/2}v_0/g$
$\alpha_0=45°$、v_0　$(lg)^{1/2}$としている。飛行距離の増加分は
v　$10\mathrm{m/s}$、l　$50\mathrm{m}$として
Δl　tv　$(2l/gv)^{1/2}$　$30\mathrm{m}$

５．２　駈けることは、足で跳躍し、飛ぶことの連続である。跳躍が地球でのそれと同じとすれば、１歩毎の飛行距離はs　$2v_0/g\sin\alpha\cos\alpha$。飛行時間は$\tau$　$(2v_0/g)\sin\alpha$。ここで、v_0は非行での初速度、αは速度が水平面となす角度、gは自由落下の加速度。これより、水平速度は$v=s/\tau$　$v_0\cos\alpha$はgに依存しない。即ち、駆けっこの速度は大きさの程度において、地球での速さとほぼ同じである。
結果は、速度の水平成分はgに依存しない、ことに気が付けばすぐわかる。

５．３　浴槽内の水の量をＳＨ、水の流れ出す時間をｔとすると、ＳＨ　$S_0 v' t$。水の流れ出す平均速度ｖ’　$(2gH)^{1/2}$、最初の水の高さをＨ　０．５ｍ、浴槽の排出口の面積をS_0　$10^{-3}m^2$、浴槽の面積をＳ　$1m^2$として、

t　$SH/((2gH)^{1/2}S_0)$　３分

５．４　図参照。α＝角度ＢＯＡ　ＡＢ／Ｒ＝$((R+h)-R^2)^{1/2}/R$　（２ｈ／Ｒ）１／２。Ｒ＝６４００ｋｍ、ｈ＝１０ｋｍ、Ｔ＝１昼夜。地球の角度α分の回転時間は

$t=\alpha/\omega=\alpha T/2\pi$　$(2h/R)^{1/2}T/2\pi$

$(h/2R)^{1/2}T/\pi$　１５分

ＲをＲｃｏｓφに置き換えれば、緯度φでの結果が得られる。

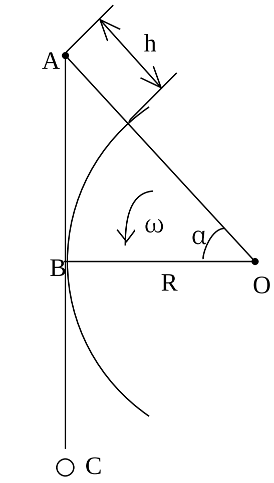

図５．４

５．５　車体の長さｌ分だけの移動時間ｔの間に、車の質量中心は垂直速度v_C　ｇｌ／ｖ、角速度ω　$v_C\cdot 2/l$　２ｇ／ｖを得る。車の回転数はｎ　Ｔω／２π　$(2gH)^{1/2}/\pi v$　１．５。ここでｖ＝３０ｍ／ｓ。

５．６　パイロットは１１ｇを１秒間だけ耐えれるものとする。飛行機の速度をｖ　３３０ｍ／ｓとする。

x　$v(2h/a)^{1/2}$　$v(2h/10g)^{1/2}=4500m$。

５．７　弾丸の初速度をv_0　８００ｍ／ｓ。地球の自転により西方向に角速度ωで傾いていく。ｘ　（ω（Ｒ＋ｈ）－ωＲ）ｔ、ここで、砲弾の飛行高度は$h=v_0^2/2g$、飛行時間はｔ　v_0/g、ω＝２π／Ｔは地球の自転角速度、Ｔ＝１昼夜、Ｒは地球半径。よって、

x　$(2\pi/T)v_0^3/2g^2$　１０ｍ

５．８　空気の密度ρ　$1kg/m^3$に対して、ヘリウムの密度は無視する。それくらい軽い。半径ｒは

r　$(m/4\rho)^{1/3}$　１００ｍ

５．９　ヘリコプターに作用している重力と、ヘリコプターが下に押し出している空気り、陥没する。ヘリコプターの質量をｍ　１００００ｋｇ。ローターの長さをｌ　５ｍ。陥没の深さは

h　$m/\rho\pi l^2$　０．１ｍ

５．１０　海洋の平均水深はＨ　４０００ｍ。地球表面の２／３を海洋が占めるので、Δｐ　（２／３）ρｇＨ　3×10^7Pa。海洋の全ての水を地球表面に一様に配置すれば、水蒸気による付加の圧力Δｐは水の層の圧力に等価である。

５．１１　空気の密度変化はΔρ　ρ、坑道における圧力の変化はΔｐ　（ρ＋Δρ）ｇＨ　２ρｇＨ　2×10^5Pa、即ち、ｐ＝ｐ０＋Δｐ　3×10^5Pa。

５．１２　水上スキーに乗っているスキーヤーは、自身に作用している重力ｍｇとスキーに作用する水の作用力の垂直成分、$\rho_0 v^2 S\cos\alpha\sin\alpha$、が釣り合っていれば沈まない。ここで、Ｓはスキーの面積、αは水平に対してのスキーの傾斜角度。突き出し力を無視すれば、ｍ＝８０ｋｇ、Ｓ＝０．$4m^2$として、

$\rho_0 v^2 S\cos\alpha\sin\alpha$　ｍｇ、

v　$(2mg/\rho_0 S)^{1/2}$　２ｍ／ｓ。

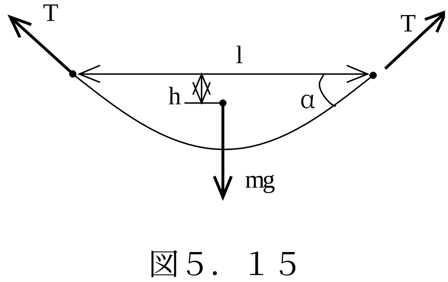

図５．１５

５．１３　力のモーメントを調べよう。Ｆｒ　ｍｇ・２ｒ、ここで、ｒは歯車の半径、２ｒは歯車の軸からペダルまでの距離、ｍｇは人に作用している重力。ｍ　７０ｋｇとして、Ｆ　２ｍｇ　１４００Ｎ。

５．１４　力Ｆに反抗して距離Ｓ（斧の背幅）移動するときの仕事はＦＳ　$mv^2/2$，ここでｍは斧の質量、ｖは斧を動かす速度。ｍ　１ｋｇ、Ｓ　０．０１ｍ、ｖ　１０ｍ／ｓとして、Ｆ　$mv^2/2S$　５０００Ｎ。

５．１５　図参照。Ｔは紐の張力、ｍは下着の質量、ｈは紐のたわみ量、ｌは吊し点の間隔。釣合の条件より、２Ｔｓｉｎα＝ｍｇ角度αが小さいとき、２Ｔα＝ｍｇ、α　ｈ／ｌ、これより、ｍ＝１０ｋｇ、ｌ＝１０ｍ、ｈ＝０．５ｍ、ｇ＝１０ｍ／ｓ^{2}として、Ｔ　ｍｇｌ／２ｈ　１０００Ｎ。

５．１６　ｌ　１ｍとして
　ν　（１／２π）（ｇ／ｌ）$^{1/2}$　０．５Ｈｚ。

５．１７　問題１．１３８を参照。体操選手の質量をｍ。Ｆ　５ｍｇ。ｍ　７０ｋｇとして、Ｆ　３５００Ｎ。

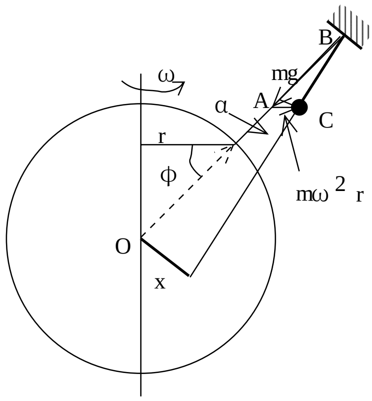

図5．１８

５．１８　図参照。三角形ＡＢＣにおいて、辺ＡＢはｍｇに等しく、辺ＡＣはｍω^{2}ｒに等しい。角度ＡＢＣ＝αは地球の中心方向に対しての下げ錘の方向のずれ角度であり、微少角である。φは緯度、ｒ＝Ｒｃｏｓφ。正弦定理より
　ｍω^{2}ｒ／ｍｇ＝ｓｉｎα／ｓｉｎ（π－（φ＋α））
α／ｓｉｎφ、
すなわち、
　ｍω^{2}ｒ＝αｍｇ／ｓｉｎφ、
これより
　α　（Ｒω^{2}／ｇ）ｓｉｎφｃｏｓφ＝（ω^{2}Ｒ／２ｇ）ｓｉｎ２φ。
Ｒ＝６４００ｋｍ、φ＝４５°、Ｔ＝８６０００秒、ｇ＝１０ｍ／ｓ^{2}として、ｘ　１０ｋｍ。

５．１９　極点での赤道との相違は、２つの効果で観察される。第１に、遠心加速度、ａ＝ω２ｒ、力による物体の重さの低下。第２に、地表面から地球中心までの距離の違い。地球内部の圧力を静水圧モデルで考察すると、地球中心における圧力は極点から地球中心までの高さｒ－ｘ、赤道から地球中心までの高さ、ｒの「物質の柱」から形成されるとする。パスカルの法則に従えば、この２つは等しい。極点での重力加速度をｇ、赤道での重力加速度をｇ－ωｒ^{2}とすると、
　ρ（ｇ／２）（ｒ－ｘ）　ρ（（ｇ－ω^{2}ｒ）／２）ｒ、
従って
　ｘ　ｒ^{2}ω^{2}／ｇ＝ｒ^{2}４π^{2}／ｇＴ^{2}、
ここで、Ｔ＝１昼夜。最終的に、ｘ　２０ｋｍ

５．２０　太陽の平均物質密度は
　ρ＝Ｍ／Ｖ＝３Ｍ／４πＲ^{3}。
ニュートンの第２法則より太陽質量を見いだせる。
　ｍ・４πｒ／Ｔ^{2}＝ＧｍＭ／ｒ^{2},

これより
　ρ　２４πα^{3}／Ｔ^{2}Ｇ　１ｇ／ｃｍ^{3}。
ここで、α＝Ｄ／ｒ　０．０１は太陽の見込み角度（Ｄは太陽の直径、ｒは地球と太陽の距離）Ｔ＝１年　π・１０^{7}秒、Ｇは万有引力定数、ｍは地球の質量。

５．２１　Δｔ時間に、面積Ｓのパラシュートが速度ｖで切る空気の質量はΔｍ　ρｖＳΔｔ、パラシュートには運動量Δｍｖが与えられる。空気の抵抗力はＦ＝Δｍｖ／Δｔ　ρｖ^{2}Ｓ。この力はスカイダイバーとパラシュートの全重力と釣り合う。ρｖ^{2}Ｓ　ｍｇ。これより、ｍ　１００ｋｇ、ｒ　３ｍとして、ｖ　（ｍｇ／ρπｒ^{2}）$^{1/2}$　５ｍ／ｓ。

５．２２　バスの大きさを、高さ２ｈ、幅２ｄ、長さｌとする。空気密度をρ、風の速さをｖ。風がバスの真横に吹き付けるものとして、バスの側面が受ける力はｆ　ｌ・２ｈρｖ^{2}。前輪と後輪の道路に接している２点を通る水平線の周りの回転モーメントを比較する。ぎりぎりの時、Ｆｈ　ｍｇｄ。ここで、ｍはバスの質量、これより、ｍ　１０ｔ、ｄ＝ｈ　１ｍ、ｌ　８ｍ、ρ　１．３ｋｇ／ｍ^{3}として
　ｖ　（ｍｇｄ／２ρｌｈ２）$^{1/2}$　７０ｍ／ｓ

５．２３　回転時に、重心が上がる高さΔｈがおよそ０．５ｍとしてみる。これより、ｖ　（２ｇΔｈ）$^{1/2}$　３ｍ／ｓ。

５．２４　小さい変形においては、フックの法則を適用して、変形量と作用力は比例する。$F=\kappa x$。$F=mg$，車輪の変形量$\Delta=x$とする（ここでΔは平らな道路を通常に走行しているときのタイヤのゴム部分のへこみ量）と、$\kappa=F/x=mg/\Delta$。エネルギー保存則より、

$$mv^2/2 \quad \kappa x^2/2 \quad (mg/\Delta)d^2/2。$$

ここで$x=d$。車輪のゴム部分の直径。Δ　$1\,\mathrm{cm}$、d　$5\,\mathrm{cm}$、g　$10\,\mathrm{m/s^2}$として

$$v \quad d(g/\Delta)^{1/2} \quad 2\,\mathrm{m/s}。$$

５．２５　運転手の質量をmとして、$F=ma$　$mv^2/(2l)$　$7000\,\mathrm{N}$。

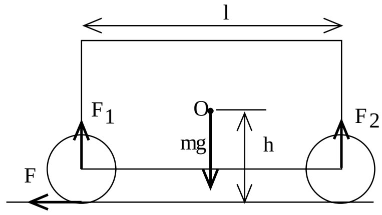

図5．26

５．２６トラックの質量中心は地面から高さh、トラックの長さはl、摩擦力はF．前輪と後輪に作用する力の差を$\Delta F=F_2-F_1$。図参照。トラックの質量はm、加速度はa、速度はv。O点を通る軸に対して回転は存在しないので、Fh　$\Delta Fl/2$、これより、ΔF　$2Fh/l$。ニュートンの第２法則より、maF、制動距離をL。とすると、

$$a \quad v^2/2l、これより$$

$$\Delta F \quad (mv^2/L)h/l。$$

h　$1\,\mathrm{m}$、l　$5\,\mathrm{m}$、m　$10\,\mathrm{t}$、$L=10\,\mathrm{m}$，$v=10\,\mathrm{m/s}$として、ΔF　$10000\,\mathrm{N}$。

５．２７　トラックの質量はm、ブレーキをかけ始めたときの速度をvとする。運動エネルギーは$mv^2/2$。このエネルギー全部がブレーキをかけている時間の間（t　$2l/v$）に、熱に変換する。ここでlは止まるまでの距離。トラックの平均馬力は

$$P \quad (mv^2/2)/(2l/v)=mv^3/4l。$$

v　$60\,\mathrm{km/h}=16\,\mathrm{m/s}$、$m$　$10\,\mathrm{t}$、l　$10\,\mathrm{m}$として、P　$10^6\,\mathrm{W}$

５．２８　ゴール直前の選手の出している速度をv、空気抵抗をF　ρv^2S、ここでρは空気密度、Sは選手の有効断面積。とすると仕事率はP　Fv　ρv^3S。ρ　$1\,\mathrm{kg/m^3}$、v　$60\,\mathrm{km/h}$　$16\,\mathrm{m/s}$、S　$0.5\,\mathrm{m^2}$として、P　$2\,\mathrm{kW}$

５．２９　雨滴に作用する重力mgと空気抵抗Fは釣り合っている。距離h落下したときの空気抵抗の仕事は$A=Fh=mgh$。雨滴の質量は

$$m=\rho 4\pi r^3/3 \quad \rho 4r3、つまりA \quad 4\rho r^3gh。$$

$\rho=1000\,\mathrm{kg/m^3}$、$r$　$1\,\mathrm{mm}$、$g=10\,\mathrm{m/s^2}$、$h=1\,\mathrm{m}$として、

$$A \quad 4\times10^{-5}\,\mathrm{J}$$

５．３０　足を長さlに伸ばして、時間tの間に、バッタが跳躍して速度vを得るとする。バッタの平均仕事率は

$$P \quad W_K/t \quad mv^2/2t、vt/2 \quad 1，v \quad (2gH)^{1/2}、$$

ここで、Hはバッタの跳躍高度。これより

$$P/m \quad v^3/4k \quad (2gH)^{3/2}/4l。$$

l　$3\,\mathrm{cm}$、H　$1\,\mathrm{m}$、g　$10\,\mathrm{m/s^2}$として、

$$P/m \quad 0.8\,\mathrm{kW/kg} \quad 1\,\mathrm{kW/kg}。$$

５．３１　釘を引き抜く平均力は釘の打ち込み時の平均力Fに等しい。エネルギー保存則から、F　$5mv^2/2l$。ハンマーの質量をm　$1\,\mathrm{kg}$、その速さをv　$5\,\mathrm{m/s}$、打ち込み長さをl　$10\,\mathrm{cm}$として、F　$1000\,\mathrm{N}$。

５．３２　位置エネルギーmghは人の足に作用する支えの反応の力の仕事に添加する。人は足が着地してから距離lで、人は自分の速さを消す。lは身長の半分。よって、m　$70\,\mathrm{kg}$、h/l　5として、F　mgh/l　$3500\,\mathrm{N}$

５．３３　力の仕事は

$$Fl \quad mv^2/2 \quad mgL/2$$

即ち、砲丸の質量m　$8\,\mathrm{kg}$、砲丸の飛行距離L　$20\,\mathrm{m}$、手で加速する距離l　$1\,\mathrm{m}$として

Ｆ　ｍｇＬ／２ｌ　８００Ｎ。

５．３４　大きさの程度はエネルギー保存則から大雑把に見積もれる。
ｍｖ^{2}／２＋ｍｇｌ／２　Ｆｈ，Ｆ　Ｍｇ／２、
ここで、Ｍは人の質量、Ｆは立っている人の片方の足の出す圧力、ｖは質量ｍの熊手の質量中心の速さ。
ｖ　（（Ｍｈ／ｍ－ｌ）ｇ）$^{1/2}$、
ｖ’／ｖ＝２、
ｖ＝ωｒの公式から、Ｍ／ｍ　７０，ｈ　０．１ｍ、ｌ　１．５ｍ、ｇ＝１０ｍ／ｓ^{2}として
ｖ’　２（（Ｍｈ／ｍ－ｌ）ｇ）$^{1/2}$　１５ｍ／ｓ

５．３５　ｐ＝Ｆ／Ｓ　Ｆ／ｄ^{2}，ここでＦ　１Ｎ，筆跡線の幅ｄ　０．２ｍｍとして、ｐ　３×１０^{7}Ｐａ。

５．３６　水はパイプの中を疾走し、それとともに弾丸も動く。ｖ　（ｇｈ）$^{1/2}$。ｈ　１ｋｍとして、ｖ　１００ｍ／ｓ。

５．３７　穴での水圧ｐ＝ρｇｈ。エネルギー保存則から
ρｖ^{2}／２　ρｇｈ、これより　ｖ　（２ｇｈ）$^{1/2}$
ｈ＝１００ｍ、ｇ＝１０ｍ／ｓ^{2}として、ｖ＝４５ｍ／ｓ。

５．３８　火薬のガス圧による仕事は基本的に弾丸の加速に消費される。
ｐＳＬ　ｍｖ^{2}／２、よりｐ　ｍｖ^{2}／２Ｓｌ、
ここで弾丸の断面積Ｓ　１ｃｍ^{2}、銃身長ｌ　０．５ｍ、ｖ　８００ｍ／ｓ、したがって
ｐ　６×１０^{7}Ｐａ。

５．３９　仕事率　Ｐ　（ｍｖ^{2}／２）／τ、ここでτは弾丸がぺちゃんこになる時間、ｍは弾丸の質量、ｖは弾丸の速度。弾丸の長さをｌ。したがって
τ　ｌ／（ｖ／２）＝２ｌ／ｖ。
ｍ　３ｇ、ｌ　１ｃｍ、ｖ　３００ｍ／ｓとして
Ｐ　ｍｖ^{3}／４ｌ　２ＭＷ。

５．４０　衝突時の雨滴の運動量の変化はｍｖ、雨滴に作用する平均の力をＦとすると、ＦｐＳ。雨滴と壁との相互作用の時間はｔ　ｒ／ｖ。ここで、ｒは雨滴の半径、ｖは雨滴の速さ。これらから雨滴の運動量の変化はｍｖ　Ｆｔ．ρ（４／３）πｒ^{3}ｖ　ｐπｒ^{2}・ｒ／ｖ、ｖ　（ｐ／ρ）$^{1/2}$より、ｖ３０ｍ／ｓ。

５．４１　地球内部での圧力の分布に静圧力学を応用する。物質の柱の高さは地球の半径に等しい。重力加速度の平均値はｇ’＝ｇ／２。圧力ｐ　ρｇ’ｒ　ρ（ｇ／２）ｒ、ρ＝Ｍ／Ｖ　３ｇ／４πＧｒ、即ち、ｐ　３ｇ^{2}／２πＧ　１０^{11}Ｐａ。

５．４２　タンクの高さｈ　１ｍ、タンクの長さｌ$_{0}$　５ｍ。車の加速度ａ　ｖ^{2}／２ｌ。水量が余り大きくないとして、ニュートンの第２法則からｐ＝ｐ$_{0}$＋ρ（ｇｈ＋ａｌ$_{0}$）
ｐ０＋ρ（ｖ^{2}／２ｌ）ｌ０　１．４×１０^{5}Ｐａ。

５．４３火薬ガスの仕事はＡ　ＦＬ、ここで、ｌは薬莢内部の弾丸の長さ。
Ａ＝（ｐ^{2}／２）（１／Ｍ＋１／ｍ）、
弾丸の速さ
ｖ＝ｐ／ｍ＝（１／ｍ）（２ＡＭｍ／（Ｍ＋ｍ））$^{1/2}$。
武器に装着された場合、火薬ガスのなす仕事はＡ$_{0}$　Ｆｌ、ここでｌは銃身中での弾丸の加速距離。銃身を飛び出したときの弾丸の速さは
ｖ$_{0}$　（１／ｍ）（２Ａ$_{0}$ｍ）$^{1/2}$、
従って
ｖ　ｖ$_{0}$（（Ａ／Ａ$_{0}$）／（（Ｍ＋ｍ）／Ｍ））$^{1/2}$。
両方の場合で火薬ガスのなす圧力Ｆはほぼ同じ程度として、またｌ／Ｌ　１００，Ｍ／ｍ　３として
ｖ　ｖ$_{0}$（（ｌ／Ｌ）／（１＋ｍ／Ｍ））$^{1/2}$　４０ｍ／ｓ

５．４４　教室内の気圧ｐ、体積Ｖ，空気の全質量Ｍ，温度Ｔ、空気のモル数μ。クライ

ペロンの法則から、ｐＶ＝（Ｍ／μ）ＲＴ。室内の分子数Ｎはアボガドロ数$Ｎ_Ａ$を用いて
$Ｎ＝Ｎ_Ａm／μ＝Ｎ_ＡｐＶ／ＲＴ$。
水の分子の運動エネルギーは
$ｍｖ^2／２＝（３／２）ｋＴ＝（３／２）ＲＴ／Ｎ_Ａ$。
室内の空気のエネルギーは
Ｅ＝（３／２）ｋＴＮ＝（３／２）ｐＶ。
水の比熱ｃ、水の質量ｍ。、加熱時間Δｔとして、
Ｅ＝３ｐＶ／２＝ｃｍΔｔ、
これより、$ｐ　１０^5$Ｐａ，$Ｖ＝１８００ｍ^3$、Δｔ＝８０Ｋ，ｃ＝４２００Ｊ／ｋｇ・Ｋとして
ｍ＝３ｐＶ／２ｃΔｔ　８００ｋｇ。

５．４５　水が理想気体になった後、瓶内の圧力はあっという間に数千倍になる。クライペロンの公式からｐ＝ρｍＲＴ／μ。
$ｍｖ^2$　ｐＶ　ｍＲＴ／μ、これよりｖ　$（ＲＴ／μ）^{1/2}$。
μ＝０．０１８ｋｇ／モル、Ｒ＝８．３１Ｊ／モル・Ｋ，Ｔ　３００Ｋとして、ｖ　４００ｍ／ｓ。

５．４６　運動量保存則から、ｍｖ　Ｍｕ、ここでｍとｖは分子の質量と速度、Ｍとｕは球の質量と速度、ｈ　$ｕ^2／２ｇ$　$ｍ^2ｖ^2／Ｍ^2２ｇ$、分子の質量ｍ　ｐＶμ／ＲＴ　６ｇ、球の体積$Ｖ＝（４／３）πｒ^3＝４０００ｃｍ^3$（ｒ　１０ｃｍ）。球内の圧力ｐ　１．５$ｐ_0$、μ＝０．０２９ｋｇ／モル、Ｍ　４００ｇ、ｖ　４００ｍ／ｓ、ｇ　$１０ｍ／ｓ^2$。より　ｈ　２ｍ。

５．４７　地球の大気中の酸素の質量は$Ｍ＝（１／５）４πｒ^2ｐ_0／ｇ$。相互作用する炭素と酸素のモル数は同じである。$Ｃ＋Ｏ_2＝ＣＯ_2$。
$ｍ_Ｃ／μ_Ｃ＝Ｍ_Ｏ／μ_Ｏ$，つまり$ｍ_Ｏ＝ｍ_Ｃμ_Ｏ／μ_Ｃ$。
従って、ｒ　６４００ｋｍ、$μ_Ｃ$＝０．０１２ｋｇ／モル、$μ_Ｏ$＝０．０３２ｋｇ／モル、$ｐ_0$　１０^5Ｐａとして
$ｍ_Ｏ／Ｍ$　$５ｍ_Ｃμ_Ｏ（ｇ／４πｒ^2ｐ_0μ_Ｃ）$　$５×１０^{-6}$。

５．４８　人体の密度は水とほぼ同じ。水の密度は$ρ_0$でよく知られている。人体の質量をｍ、人体の体積$Ｖ＝ｍ／ρ_0$。人体に作用する空気の力Ｆは空気の密度ρ×人体の体積Ｖ×重力加速度ｇ。Ｆ　$ｍｇρ／ρ_0$。ｍ　７５ｋｇとして、Ｆ　１Ｎ。

５．４９　温度が上昇しても、教室の体積と教室内の圧力は変わらないとして、クライペロンの公式から
Δｍ　ｍΔＴ／Ｔ＝ρＶΔＴ／Ｔ、
ここで、ρは空気の密度、Ｖは教室の体積。Ｖ　$２０００ｍ^3$、Ｔ　３００Ｋ、ρ　１．３$ｋｇ／ｍ^3$として、Δｍ　８０ｋｇ。

５．５０　電球内の気体の体積と質量は保存されるので、シャルルの法則から、$ｐ_0／Ｔ＝ｐ／Ｔ_0$、ここで$ｐ_0$、$Ｔ_0$は周りの圧力と温度。電球を点灯すると内部温度はＴ、従って内部圧力は$ｐ＝ｐ_0Ｔ_0／Ｔ$。$Ｔ_0$　３００Ｋ，Ｔ　４００Ｋとして、$ｐ＝３ｐ_0／４$　０．$７×１０^5$Ｐａ。

５．５１　力$Ｆ＝ΔｐＳ＝（ｐ_0－ｐ）Ｓ$、ここで、Ｓは蓋の面積、Δｐは圧力の低下分であり、缶内の空気の冷却と、氷が水に溶けたことによる体積の減少分による。気体方程式から
$ｐ_0（Ｖ_0－Ｖ_氷）／Ｔ_0＝ｐ（Ｖ_0－Ｖ_水）／Ｔ$、
ここで$ｐ_0$は大気圧、ｐは缶内の圧力、$Ｖ_氷$は氷の体積、$Ｖ_水$は水の体積、$Ｖ_0$は缶の体積。よって、$Ｖ_0＝２０ｃｍ^3$、$Ｔ_0$＝２７３Ｋ，$ΔＴ＝Ｔ－Ｔ_0$＝２０Ｋ，$Ｓ＝２０ｃｍ^2$、$Ｖ_氷＝１１０ｃｍ^3$として、
$Ｆ＝ｐ_0Ｓ（（Ｖ_氷－Ｖ_水）／（Ｖ_0－Ｖ_水）＋（ΔＴ／Ｔ）（Ｖ_0－Ｖ_氷）／（Ｖ_0－Ｖ_水））$＝３０Ｎ。

５．５２　瓶内の圧力は低下している。そのため瓶を背中に貼り付けている力Ｆが発生している。瓶内を燃料で燃やしたときの瓶内の気体の温度と圧力を$Ｔ_1$，$ｐ_1$、背中に貼り付けたときの温度と圧力を$Ｔ_2$，$ｐ_2$。従って、Ｆ　$（ｐ_1－ｐ_2）Ｓ$。瓶内の空気の体積と質量は変わらないので、$ｐ_1／Ｔ_1＝ｐ_2／Ｔ_2$、従って、

　　ｐ$_2$＝ｐ$_1$Ｔ$_2$／Ｔ$_1$，
　　Ｆ　ｐ$_1$（１－Ｔ$_2$／Ｔ$_1$）Ｓ＝ｐ$_1$ＳΔＴ／Ｔ$_1$。
ΔＴ　１００Ｋ，Ｔ$_1$　４００Ｋ，Ｓ　１０ｃｍ^2、ｐ$_1$＝１０^{5}Ｐａとして、Ｆ　２５Ｎ。

５．５３　松の幹の平均直径をｄ、松の木の平均間隔をｌ。観察者から見て、幹が円周上に密に並んで塀を形成するように、木を配置してみよう。この円の半径が求める距離ｘである。このように塀ができあがると、観察者はどの方向も見渡せなくなる。長さ２πｘの塀には２πｘ／ｄ本の松が並べられる。これらの木は面積πｘ^{2}の中で動かせる。面積Ｓ　ｌ^{2}に、平均して１本の松があったとすれば、面積πｘ２内にはπｘ^2／ｌ^{2}本の木がある。２πｘ／ｄ　πｘ^2／ｌ^2。ｌ　３ｍ、ｄ　０．２ｍとして、ｘ　２ｌ^2／ｄ　１００ｍ。

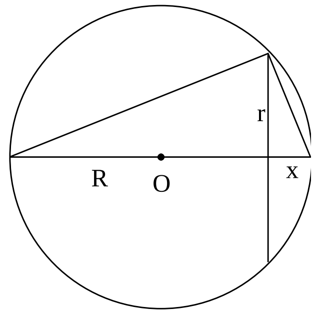

図５．５４

５．５４　設問は壁への球の衝突として評価しても良い。図参照。Ｒは球の半径、ｒは壁と衝突したときできる円形面の半径。衝撃力Ｆを受けたときの球内の圧力の増加分をΔｐ、球の質量をｍ。
　　ｘ／ｒ＝ｒ／（２Ｒ－ｘ）、ｘ≪Ｒ
これよりｒ^2　ｘ・２Ｒ。ニュートンの第２法則から
　　ｍａ＝Ｆ＝Δｐπｒ^2，Ｆ　Δｐπ・２Ｒｘ、
即ち、力は変形に線形比例する。弾性定数κはκ＝２πＲΔｐ。
振動周期Ｔを求めると、
　　２π／Ｔ＝ω＝（κ／ｍ）$^{1/2}$＝（２πＲΔｐ／ｍ）$^{1/2}$、
これより
　　Δｔ＝Ｔ／２＝π／ω
　　　＝（πｍ／２ＲΔｐ）$^{1/2}$　０．０１秒

５．５５　マットレスの大きさ、長さｌ　２ｍ、幅ｈ　０．５ｍ、厚さｄ　０．１ｍ。マットレスを曲げたとき、力Ｆで（π／２）$^{1/2}$を移動させたときの仕事Ａは近似的に、ｐΔＶに等しい、ここでｐ（　１０^{4}Ｐａ）はマットレス内の圧力、ΔＶはマットレスの体積変化量。ΔＶ　ｄ^{2}ｈと見なす。これらから、
　　Ｆ（π／２）（ｌ／２）　ｐｄ^{2}ｈ、
これより
　　Ｆ　４ｐｄ^{2}ｈ／πｌ　３０Ｎ。

５．５６　サウナ内の体積をＶ　１００ｍ^3。水蒸気に対して、クライペロンの公式を適用して、ｍは蒸気の質量、Δｐは圧力の変化量、μは水のモル数、Ｔは蒸気の温度として、
　　ΔｐＶ＝（ｍ／μ）ＲＴ、すなわち、Δｐ　（ｍ／μ）ＲＴ／Ｖ。
ｍ＝１ｋｇ、Ｔ　３５０Ｋ、μ＝０．０１８ｋｇ／モル、Ｒ＝８．３１Ｊ／モル・Ｋ、Ｖ　１００ｍ^{3}として、Δｐ　１６００Ｐａ　０．０２気圧。

５．５７　ポンプのホースに作用する力は人の体重程度、Ｆ$_0$　５００Ｎ。ポンプの面積Ｓ　０．００３ｍ^2、ポンプ内の余剰圧力Δｐ　Ｆ$_0$／Ｓ　２×１０^{5}Ｐａ。弾に作用する力は、ｒ　０．００１５ｍとして、Ｆ　Δｐπｒ^2　１Ｎ。弾の加速度は
　　ａ　Ｆ／ｍ＝Ｆ／（ρ（４／３）πｒ^3）　１０^{4}ｍ／ｓ。
ここで、ρ　１０^{4}ｋｇ／ｍ^3。これより、ｖ$_{max}$　（ａｌ）$^{1/2}$　７０ｍ／ｓ、ここで出口ホースの長さｌ　０．５ｍ。

５．５８　肺の体積Ｖ　Ｓｖｔ、ここでＳはパイプの電面積、ｖは空気の速さ、ｔは吐く時間。Ｓ　０．５ｃｍ^2、Ｖ　５ｌ、ｔ　５ｓとして、ｖ　Ｖ／Ｓｔ　２０ｍ／ｓ。
他の解答。人の口はΔｐ　１０^{4}Ｐａの圧力差を作り出せる。Δｐ　ρｖ^2、これよりｖ　（Δｐ／ρ）$^{1/2}$　３０ｍ／ｓ。

５．５９　面積Ｓの穴から、速度ｖで、時間長ｔの間に流れ出す北の体積はｖＳｔ　Ｖ／２。気体の放出速度ｖはその温度から見積もれる。ｍｖ^2／２　３ｋＴ／２＝３ＲＴ／２ＮＡ。音速ｃ＝３００ｍ／ｓから、ｖを見積もっても良い。衛星の体積はＶ　１ｍ^3、Ｓ　１０$^{-4}$ｍ^2、ｖ　３００ｍ／ｓとして、ｔ　Ｖ／２ｖＳ　１０ｓ。

５．６０　ポンピングの回数ｎ＝Ｍ／ｍ，Ｍは球に入れる空気の質量、ｍはポンピング１回で送り出す空気の質量。Ｍ／ｍ　Ｖｐ／ｖｐ$_0$。ｍ　ｐ$_0$ｌＳμ／ＲＴ。Ｍｐ（４／３）πｒ^{3}μ／ＲＴ。球の半径はｒ　１０ｃｍ。圧力ｐ　１．５ｐ$_0$。ｖ　ｌＳ　２００ｃｍ^3。以上より、ｎ　３０。

５。６１　温度T_0，質量m_0の空気の塊に作用する重力m_0gは$pV\mu g/RT_0$と書ける。これより、空気を温度Ｔまで加熱したときの質量は$m=pV\mu/RT$。風船の外皮の質量をＭとすると風船が浮き上がる条件は$m_0g>(M+m)g$，これより

$T>T_0/(1-MRT_0/(pV\mu))$。

風船の直径２ｒ　３５ｃｍ、質量Ｍ　５ｇ、T_0　３００Ｋ，ｐ　10^5Ｐａとして、Ｔ　５００Ｋ　２００℃。

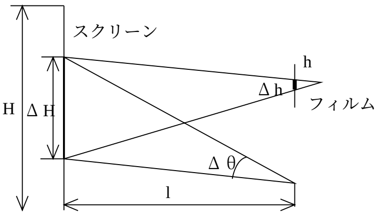

図5．64

５．６２　水中爆発での火薬の全エネルギーＥは基本的に、静水圧に対する反力の仕事ｐＶとなる。これより

$r=(3E/4\pi\rho gh)^{1/3}$　５ｍ。

５．６３　視力試験から、距離数メートル（＝Ｌ）で、数ｍｍ（＝ｈ）を識別できるものとすれば、最小分解角度は$\alpha=h/L$　０．００１。目の焦点距離Ｆ　２ｃｍ（眼球の大きさ）として、$\alpha=h/L$　x/F、ｘ　$F\alpha$　2×10^{-5}ｍ。

５．６４　観客の目で識別できるスクリーン上の最小の大きさをΔＨ、観客とスクリーンの距離をｌ、スクリーンの大きさをＨ、結晶の大きさ（フィルム面上の種）をΔｈ、フィルムの大きさをｈ。図参照。スクリーン上で、像の歪みが生じないためには、ΔＨ／Ｈ＝Δｈ／ｈ。目の角度分解能はΔθは、前問も参考にして、Δθ　０．００１と見積もる。このとき、ΔＨ　ｌΔθ。従って、ｌ　２０ｍ、ｈ　１ｃｍ、Ｈ　５ｍとして、

Δｈ　ｈΔＨ／Ｈ　ｈｌΔθ／Ｈ　０．０４ｍｍ。

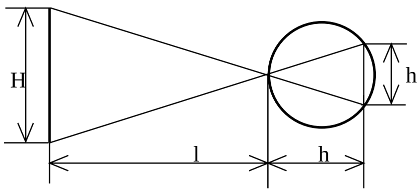

図5．66

５．６５　人の目は、２つの近傍した点を一つと見る場合がある。分解角度Δθ＝０．００１とする。距離Ｌ、２点の間隔ｈとすれば、Δθ　ｈ／Ｌ。従って、ｈ　１．５ｍとして、Ｌ　ｈΔθ　１ｋｍ。

５．６６　図参照。目の瞳を通過する光線を図化している。ｈ／Ｈ　ｄ／ｌ、これよりｈ　Ｈｄ／ｌ。人の身長Ｈ　２ｍ。人の眼球の大きさｄ　２ｃｍ。黒板の所に立っている人までの距離ｌ　１０ｍ。これより、

ｈ　４ｍｍ。

５．６７　直径D_0　５ｃｍのレンズに入射する光線は焦点面に集光する。太陽の像は点状となりその直径はＤ　$\alpha F=D_CF/r_C$、ここで、αは太陽の見込み角度であり、地球から太陽までの距離r_Cに対する太陽の直径の比である。α　０．０１。レンズに入射する光放射の強度βの、スクリーン（焦点面）に当たる放射強度の関係は、レンズの面積とスクリーン上の太陽の像の面積に逆比例する。$\beta=D_0^2/D^2=D_0/\alpha F^2$。Ｆ＝２５ｃｍとして、β　４００。

５．６８　針の速さをｖ、典型的な音の振動周期をＴとすると、相当する非均一性の程度（？？）はｌ　ｖＴ＝ｖ／ｆ。ここで、ｆは音の振動数。レコード盤の半径ｒ　１０ｃｍ、レコード盤の回転数ν＝３３／分　０．５／ｓ。ｖ＝ωｒ＝２πνｒ　３０ｃｍ／ｓ。ｆ　１０００ｋＨｚとして、ｌ　２πνＲ／ｆ　０．３ｍｍ。

第６章　問題－演示
実験演示等が必要なこともあり、当面解答省略